About the Book

इस किताब को अग्रवाल एग्जामकार्ट के विशेषज्ञों की टीम ने तैयार किया है। इस पुस्तक को लाने में हमारी टीम ने बहुत मेहनत की है। टीम ने प्रामाणिक प्रश्नों को एकत्र कर, प्रत्येक प्रश्न का विस्तृत हल प्रदान किया और फिर स्टडी बुक के प्रारूप में परिवर्तित किया। इस पुस्तक के हल उन विशेषज्ञों द्वारा लिखे गए हैं जिनके पास विशाल शिक्षण अनुभव है और छात्रों के चयन का सराहनीय ट्रैक रिकॉर्ड है। यही कारण है कि प्रत्येक हल सटीक और समझने में आसान है। कई बार हमारी पुस्तक के प्रश्न पेपर के समान होते हैं और इसलिए इन महत्वपूर्ण प्रश्नों को हल करने से निश्चित रूप से आपको अपनी परीक्षा की तैयारी करने और अच्छे अंक प्राप्त करने में मदद मिलेगी।

अन्य महत्वपूर्ण पुस्तकें

Buy books at great discounts on: www.examcart.in | www.amazon.in/examcart |

AGRAWAL EXAMCART
Paper Pakka Fasega!
CB1698

रेलवे असिस्टेंट लोको पायलट (ALP) एवं टेक्नीशियन संपूर्ण स्टडी बुक
ISBN - 978-93-6054-580-2
9789360545802
₹ 429

रेलवे असिस्टेंट लोको पायलट (ALP) एवं टेक्नीशियन संपूर्ण स्टडी बुक
CB1698
AGRAWAL EXAMCART

रेलवे भर्ती बोर्ड द्वारा आयोजित

AGRAWAL EXAMCART
Paper Pakka Fasega!

रेलवे
असिस्टेंट लोको पायलट (ALP) एवं टेक्नीशियन

संपूर्ण स्टडी बुक

सामान्य ज्ञान एवं सामान्य विज्ञान | सामान्य गणित | तर्कशक्ति

रेलवे ALP परीक्षा का अब करो आसान, सटीक एवं सम्पूर्ण अध्ययन वो भी कम समय में!

मुख्य विशेषताएँ

1. **थ्योरी** परीक्षा की पाठ्यक्रमानुसार थ्योरी जिसमें NCERT पाठ्यपुस्तकों और विगत प्रश्नों से सम्बंधित मुख्य बिंदुओं का समावेश है
2. **अभ्यास प्रश्न** अध्यायवार महत्वपूर्ण प्रश्नों का समावेश
3. **सॉल्व्ड पेपर एवं मॉक पेपर** 1 सॉल्व्ड पेपर एवं 1 मॉक पेपर का समावेश

Code	Price	Pages	ISBN
CB1698	₹429	412	978-93-6054-580-2

विषय सूची

➔ **Important Information** — vi

➔ **RRB ALP परीक्षा के पिछले वर्षों के हल प्रश्न-पत्रों का विश्लेषण चार्ट** — vii

➔ **RRB ALP परीक्षा का पाठ्यक्रम एवं परीक्षा पैटर्न** — xi

Unit-I : सामान्य ज्ञान	**1-100**
1. प्राचीन भारत का इतिहास (Ancient Indian History)	1-7
2. मध्यकालीन भारत का इतिहास (Medieval Indian History)	8-13
3. आधुनिक भारत का इतिहास (Modern Indian History)	14-24
4. भारतीय कला एवं संस्कृति (Indian Art and Culture)	25-27
5. भारत का भूगोल (Indian Geography)	28-40
6. भारतीय संविधान (Indian Constitution)	41-59
7. भारतीय अर्थव्यवस्था (Indian Economy)	60-72
8. विविध (Miscellaneous)	73-100
Unit-II : सामान्य विज्ञान	**101-139**
9. भौतिक विज्ञान (Physics)	101-115
10. रसायन विज्ञान (Chemistry)	116-123
11. जीव विज्ञान (Biology)	124-139
Unit-III : कम्प्यूटर	**140-156**
12. कम्प्यूटर कौशल एवं सूचना प्रौद्योगिकी (Computer Skills and Information Technology)	140-156
Unit-IV : सामान्य गणित	**1-61**
1. संख्या पद्धति (Number System)	1-4
2. वर्ग एवं वर्गमूल (Root and Square Root)	5-7
3. भिन्न एवं दशमलव संख्याएँ (Fration and Deimal Numbers)	8-10
4. ल.स.प. एवं म.स.प. (L.C.P. and H.C.F.)	11-14
5. अनुपात और समानुपात (Ratio and Proportion)	15-17
6. प्रतिशतता (Percentage)	18-21
7. लाभ, हानि एवं छूट (Profit-Loss and Discount)	22-24
8. साधारण ब्याज (Simple Interest)	25-27
9. चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)	28-30

10. साझेदारी (Partnership)	**31-33**
11. औसत (Average)	**34-36**
12. समय और कार्य (Time and Work)	**37-41**
13. समय और दूरी (Time and Distance)	**42-45**
14. क्षेत्रमिति (Mensuration)	**46-51**
15. बीजगणित (Algebra)	**52-55**
16. अनुक्रम एवं श्रेणी (Sequence and Series)	**56-58**
17. मिश्रण (Mixture)	**59-61**
Unit-V : तर्कशक्ति	**62-105**
1. अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण (English Alphabet Test)	**62-65**
2. कोडिंग–डिकोडिंग (Coding-Decoding)	**66-70**
3. सादृश्यता परीक्षण (Analogy Test)	**71-74**
4. वर्गीकरण परीक्षण (Classification Test)	**75-77**
5. औपबन्धित संख्या, अक्षर एवं प्रतीक ज्ञात करना (Find Out the Conditional Number, Letter and Symbol)	**78-80**
6. रक्त सम्बन्ध (Blood Relation)	**81-84**
7. क्रम व्यवस्था परीक्षण (Order Sequence Test)	**85-87**
8. शृंखला परीक्षण (Series Test)	**88-90**
9. बैठक व्यवस्थीकरण (Sitting Arrangement)	**91-93**
10. न्याय निगमन (Syllogism)	**94-99**
11. कथन एवं कार्यवाहियाँ (Statement and Course of Action)	**100-103**
12. स्थिति प्रतिक्रिया परीक्षण (Situation Reaction Test)	**104-105**
Appendix	**1-113**
1. घातांक एवं करणी (Surds and Indices)	**1-4**
2. सरलीकरण (Simplification)	**5-7**
3. सांख्यिकी (Statistics)	**8-12**
4. समंकों का विश्लेषण (Data Interpretation)	**13-18**
5. बीजगणित (Algebra)	**19-24**
6. त्रिकोणमिति (Trigonometry)	**25-28**
7. ज्यामिति (Geometry)	**29-42**
8. निर्देशांक ज्यामिति (Coordinate Geometry)	**43-45**
9. क्रमचय एवं संचय (Permutation & Combination)	**46-48**
10. प्रायिकता (Probability)	**49-51**

11. गणितीय संक्रियाएँ (Mathematical Operations)	**52-55**
12. गणितीय योग्यता परीक्षण (Mathematical Ability Test)	**56-60**
13. वेन आरेख (Venn Diagram)	**61-64**
14. दिशा परीक्षण (Direction Test)	**65-68**
15. लुप्त पद ज्ञात करना (Find the Missing Term)	**69-71**
16. घड़ी एवं कैलेंडर (Clock & Calendar)	**72-75**
17. आकृति श्रृंखला (Figure Series)	**76-79**
18. सन्निहित आकृतियाँ (Embedded Figure)	**80-82**
19. आकृतियों को गिनना (Counting Figures)	**83-87**
20. दर्पण एवं जल प्रतिबिम्ब (Mirror and Water Image)	**88-91**
21. आकृति को पूर्ण करना (Complete the Figure)	**92-94**
22. आकृति वर्गीकरण (Figure Classification)	**95-97**
23. आकृति सादृश्यता (Figure Analogy)	**98-100**
24. कथन एवं निष्कर्ष (Statement and Conclusion)	**101-103**
25. कथन एवं तर्क (Statement and Argument)	**104-107**
26. कथन एवं पूर्वधारणा (Statement and Assumption)	**108-110**
27. आँकड़ों की पर्याप्तता (Data Sufficiency)	**111-113**
मॉक पेपर	**1-8**
➢ **मॉक पेपर-1**	**1-8**
सॉल्व्ड पेपर	**1-8**
➢ **RRB असिस्टेंट लोको पायलट एवं टेक्नीशियन परीक्षा, हल प्रश्न-पत्र [परीक्षा तिथि : 09-08-2018 (प्रथम पाली)]**	**1-8**

RRB ALP परीक्षा का पाठ्यक्रम एवं परीक्षा पैटर्न

प्रथम चरण सी.बी.टी.-1 (CBT-1)

- सीबीटी-1 केवल सीबीटी-2 के लिए योग्य उम्मीदवारों को उनके सामान्यीकृत अंकों और योग्यता के आधार पर शॉर्टलिस्ट करने के लिए एक स्क्रीनिंग परीक्षा होगी।
- अंतिम पैनल तैयार करते समय सीबीटी-1 के अंक नहीं गिने जाएंगे।
- ओबीसी/एससी/एसटी से संबंधित उम्मीदवार जिन्हें आयु के मानदंडों में छूट का लाभ उठाकर सीबीटी-2 के लिए शॉर्टलिस्ट किया गया है, उन्हें इस भर्ती प्रक्रिया के सभी बाद के चरणों के लिए केवल उनके संबंधित आरक्षित समुदायों के उम्मीदवारों के रूप में माना जाना जारी रहेगा।
- **सीबीटी-1 का पैटर्न और पाठ्यक्रम** —
  - अवधिः 60 मिनट
  - प्रश्नों की संख्याः 75, अधिकतम अंकः 75 (@1 अंक प्रति प्रश्न)
  - प्रत्येक गलत उत्तर के लिए 1/3 अंक की दर से नकारात्मक अंकन किया जाएगा।
  - कई पालियों में आयोजित सीबीटी के लिए अंकों का सामान्यीकरण किया जाएगा।
  - पात्रता के लिए न्यूनतम उत्तीर्ण प्रतिशतः यूआर और ईडब्ल्यूएस-40%, ओबीसी (एनसीएल)-30%, एससी-30%, एसटी-25%।
  - सीबीटी-1 के लिए प्रश्नों का मानक आम तौर पर पद के लिए निर्धारित शैक्षिक मानकों और/या न्यूनतम तकनीकी योग्यता के अनुरूप होगा। प्रश्न बहुविकल्पीय उत्तरों के साथ वस्तुनिष्ठ प्रकार के होंगे और निम्नलिखित पाठ्यक्रम से संबंधित विषयों को कवर करने की संभावना है :
    - **गणितः** संख्या प्रणाली, बोडमास, दशमलव, भिन्न, ल.स.प., म.स.प., अनुपात और समानुपात, प्रतिशत, क्षेत्रमिति, समय और कार्य, समय और दूरी, साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज, लाभ और हानि, बीजगणित, ज्यामिति और त्रिकोणमिति, प्राथमिक सांख्यिकी, वर्गमूल, आयु गणना, कैलेंडर और घड़ी, पाइप और टंकी आदि।
    - **मानसिक क्षमताः** सादृश्यता, वर्णमाला और संख्या श्रृंखला, कोडिंग और डिकोडिंग, गणितीय संचालन, रक्त संबंध, न्याय निगमन, जंबलिंग, वेन आरेख, डेटा व्याख्या और पर्याप्तता, निष्कर्ष और निर्णय लेना, समानताएं और अंतर, विश्लेषणात्मक तर्क, वर्गीकरण, दिशाएं, कथन-तर्क और धारणाएँ आदि।
    - **सामान्य विज्ञानः** इसके अंतर्गत पाठ्यक्रम में 10वीं कक्षा स्तर के भौतिकी, रसायन विज्ञान और जीव विज्ञान शामिल होंगे।
    - **सामान्य जागरूकताः** समसामयिक मामले, विज्ञान और प्रौद्योगिकी, खेल, संस्कृति, व्यक्तित्व, अर्थशास्त्र, राजनीति और अन्य महत्व के विषय।

द्वितीय चरण सी.बी.टी.-2 (CBT-2)

- सीबीटी-2 के लिए उम्मीदवारों की शॉर्टलिस्टिंग सीबीटी-1 में उनके सामान्यीकृत अंकों और योग्यता के अनुसार आरआरबी-वार और समुदाय-वार की जाएगी।
- सीबीटी-2 के लिए शॉर्टलिस्ट किए जाने वाले उम्मीदवारों की कुल संख्या 15 (पंद्रह) गुना तक सीमित होगी। प्रत्येक आरआरबी के लिए अधिसूचित रिक्तियों की संख्या।
- हालाँकि, रेलवे अधिसूचित पद के लिए पर्याप्त संख्या में उम्मीदवारों की उपलब्धता सुनिश्चित करने के लिए उपरोक्त सीमा को आवश्यकतानुसार बढ़ाने/घटाने का अधिकार सुरक्षित रखता है।
- ALP के लिए अंतिम पैनल केवल सीबीटी-2 और सीबीएटी में उम्मीदवारों के अंकों और योग्यता के आधार पर तैयार किया जाएगा।
- **सीबीटी-2 का पैटर्न और पाठ्यक्रम** —
  - सीबीटी-2 में दो भाग शामिल होंगे, भाग-A और भाग-B, जैसा कि नीचे बताया गया है।
  - कुल अवधिः 2 घंटे और 30 मिनट और कुल प्रश्नः 175
    - भाग-Aः 90 मिनट और 100 प्रश्न
    - भाग-Bः 60 मिनट और 75 प्रश्न
  - प्रत्येक गलत उत्तर के लिए 1/3 अंक की दर से नकारात्मक अंकन किया जाएगा।
  - कई पालियों में आयोजित सीबीटी के लिए अंकों का सामान्यीकरण किया जाएगा।
  - भाग-A में, पात्रता के लिए न्यूनतम उत्तीर्ण प्रतिशतः यूआर और ईडब्ल्यूएस-40%, ओबीसी (एनसीएल)-30%, एससी-30%, एसटी-25%।

- इस भर्ती प्रक्रिया के आगे के चरणों के लिए उम्मीदवारों की शॉर्टलिस्टिंग के लिए केवल भाग-A में प्राप्त अंकों को गिना जाएगा, बशर्ते कि समुदाय के बावजूद उम्मीदवार भाग-B में योग्यता अंक (35%) सुरक्षित करने में सक्षम हो।
- **भाग-A के लिए पाठ्यक्रम :**
  - **गणित :** संख्या प्रणाली, बोडमास, दशमलव, भिन्न, ल.स.प., म.स.प., अनुपात और समानुपात, प्रतिशत, क्षेत्रमिति, समय और कार्य, समय और दूरी, साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज, लाभ और हानि, बीजगणित, ज्यामिति और त्रिकोणमिति, प्राथमिक सांख्यिकी, वर्गमूल, आयु गणना, कैलेंडर और घड़ी, पाइप और टंकी आदि।
  - **सामान्य बुद्धि और तर्क :** सादृश्यता, वर्णमाला और संख्या शृंखला, कोडिंग और डिकोडिंग, गणितीय संचालन, रक्त संबंध, न्याय निगमन, जंबलिंग, वेन आरेख, डेटा व्याख्या और पर्याप्तता, निष्कर्ष और निर्णय लेना, समानताएं और अंतर, विश्लेषणात्मक तर्क, वर्गीकरण, दिशा-निर्देश, कथन-तर्क और धारणाएं आदि।
  - **बुनियादी विज्ञान और इंजीनियरिंग :** इसके अंतर्गत आने वाले व्यापक विषय इंजीनियरिंग होंगे ड्राइंग (अनुमान, दृश्य, ड्राइंग उपकरण, रेखाएं, ज्यामितीय आंकड़े, प्रतीकात्मक प्रतिनिधित्व), इकाइयां, माप, द्रव्यमान वजन और घनत्व, कार्य शक्ति और ऊर्जा, गति और वेग, गर्मी और तापमान, बुनियादी बिजली, लीवर और सरल मशीनें, व्यावसायिक सुरक्षा और स्वास्थ्य, पर्यावरण शिक्षा, आईटी साक्षरता आदि।
- **भाग-B के लिए पाठ्यक्रम :**
  - भाग-B प्रकृति में केवल एक योग्यता परीक्षा है और इसमें प्रशिक्षण महानिदेशालय (डीजीटी) द्वारा निर्धारित विभिन्न व्यापार पाठ्यक्रम से प्रश्न होंगे।

  नोट : श्रेणी/समुदाय के सभी उम्मीदवारों के लिए योग्यता प्रतिशत-35%

- **विभिन्न ट्रेडों का पाठ्यक्रम :**
  - कृपया विभिन्न तकनीकी ट्रेडों के पाठ्यक्रम के लिए प्रशिक्षण महानिदेशालय (जीओआई) की वेबसाइट (https://dgt.gov.in) देखें।
  - आईटीआई/ट्रेड अप्रेंटिसशिप योग्यता वाले उम्मीदवारों को अपने ट्रेड से संबंधित प्रश्नों वाले अनुभाग में उपस्थित होना होगा।
  - डिग्री, डिप्लोमा उम्मीदवारों को अपने इंजीनियरिंग अनुशासन के अनुसार नीचे सूचीबद्ध ट्रेडों की सूची में से एक ट्रेड का चयन करना होगा।

अध्याय 1

घातांक एवं करणी
(Surds and Indices)

घातांक
(Indices)

यदि किसी संख्या a को धनपूर्णांक n बार गुणा करके लिखा जाये, अर्थात् $a \times a \times a$ ....n बार $= a^n$ तो n को संख्या a की घात या घातांक कहा जाता है। a^n को "a की घात n" पढ़ा जाता है। संख्या a^n में a को आधार तथा n को घातांक कहते हैं।

I. घातांक के नियम (Rules of Indices)

क्रमांक	नियम का नाम	विवरण	घातांकीय रूप
1.	गुणनफल नियम	$a^m \times a^n$ = जहाँ m, n धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$ है।	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
2.	भागफल नियम	$a^m \div a^n$ = जहाँ m, n धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$ है।	$a^m \div a^n = a^{m-n}$
3.	घात का नियम	$(a^m)^n$; जहाँ m, n धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$ है।	$(a^m)^n = a^{mn}$
4.	गुणनफल का घात का नियम	$(a \times b \times c)^n$; जहाँ n धनपूर्णांक तथा $a, b, c \neq 0$	$(a \times b \times c)^n = a^n b^n c^n$
5.	व्युत्क्रम का नियम	$a^m = \frac{1}{a^{-m}}$; जहाँ m धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$ है।	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
6.	घातांक का शून्य नियम	a^0; जहाँ $a \neq 0$	$a^0 = 1$
7.	सम घातांक नियम	$(-a)^m$; जहाँ m सम धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$	$(-a)^m = a^m$
8.	विषम घातांक नियम	$(-a)^m$; जहाँ m विषम धनपूर्णांक तथा $a \neq 0$	$(-a)^m = -a^m$
9.	अंश व हर में घातांक नियम	$\left(\frac{a}{b}\right)^m$; जहाँ m धनपूर्णांक तथा $a, b \neq 0$ है।	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

II. याद रखिये (Remember)

(i) $a^0 \neq 0$

(ii) $\left[\left(a^x\right)^y\right]^z \neq a^{x^{y^z}}$

(iii) $a^m \times a^n \neq a^{m \times n}$

(iv) $a^m \div a^n \neq a^{m \div n}$

(v) $\left(a^m\right)^n \neq a^{m^n}$

करणी
(Surds)

किसी संख्या का कोई मूल ज्ञात करना ही गणितीय भाषा में करणी कहलाता है। इसका सामान्यतः अर्थ $\sqrt[n]{x}$ या $x^{\frac{1}{n}}$ होता है। जहाँ x एक धन परिमेय संख्या तथा n एक धनपूर्णांक है।

अर्थात् $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} = n$वीं करणी

I. कुछ विशेष प्रकार की करणियाँ (Some Special Type of Surds)

क्रमांक	करणी का नाम	संकेत	सांकेतिक निरूपण	उदाहरण
1.	वर्गमूल (Square root)	$\sqrt{\ }$ या $\sqrt[2]{\ }$	$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$\sqrt{16} = (2^4)^{½} = 2^2 = 4$
2.	घनमूल (Cube root)	$\sqrt[3]{\ }$	$\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$	$\sqrt[3]{8} = 2$
3.	चतुर्थमूल (Fourth root)	$\sqrt[4]{\ }$	$\sqrt[4]{x} = x^{1/4}$	$\sqrt[4]{16} = (2^4)^{1/4} = 2$
4.	पंचमूल (Fifth root)	$\sqrt[5]{\ }$	$\sqrt[5]{x} = x^{1/5}$	$\sqrt[5]{32} = (2^5)^{1/5} = 2$
	⋮	⋮	⋮	⋮
n.	nवाँ मूल (n^{th} root)	$\sqrt[5]{n}$	$\sqrt[5]{x} = x^{1/n}$	$\sqrt[n]{2^n} = (2^n)^{\frac{1}{n}} = 2$

II. करणी (Surd)

(i) सजातीय करणी (Like surds)—जिन करणियों में करणी की घात तथा करणीगत संख्या समान होती है, तो वे करणियाँ सजातीय करणियाँ कहलाती हैं।

जैसे :
- $\sqrt{x}, 2\sqrt{x}, 5\sqrt{x}$
- $\sqrt[4]{xy}, 2\sqrt[4]{xy}, 5\sqrt[4]{xy}$

(ii) विजातीय करणी (Unlike surds)—जिन करणियों में करणी की घातें असमान, करणीगत संख्या असमान या फिर दोनों ही असमान हों, तो वे करणियाँ विजातीय करणियाँ कहलाती हैं।

जैसे :
- $\sqrt{x}, \sqrt[3]{x}, \sqrt[5]{x}$
- $\sqrt[3]{x}, \sqrt[3]{y}, \sqrt[3]{z}$
- $\sqrt{x}, \sqrt[3]{y}, \sqrt[5]{xy}$

(iii) संयुग्मी करणी (Conjugate surds) – $a+\sqrt{b}$ तथा $a-\sqrt{b}$ प्रकार की करणियों को एक–दूसरे की संयुग्मी करणियाँ कहते हैं।

III. परिमेयकरण (Rationalisation)

किसी करणी वाली संख्या के हर को परिमेय संख्या में बदलने के लिए परिमेयकरण गुणनखण्ड से अंश तथा हर में गुणा करते हैं।

जैसे—
$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$
$$= \frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}$$
$$= \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}.$$

IV. करणी पर महत्वपूर्ण नियम (Important rules on surds)—

(i) $\sqrt[n]{a^n} = \left(a^n\right)^{\frac{1}{n}} = a$

(ii) $\sqrt[n]{ab} = (ab)^{1/n} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$

(iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

(iv) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(v) $\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$

(vi) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

(vii) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

(viii) $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

(ix) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a+b+2\sqrt{ab}$

(जहाँ a तथा b धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं)

(x) $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 = a+b-2\sqrt{ab}$

(xi) $a-b = \left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

V. याद रखिए (Remember)

(i) $\sqrt{a}+\sqrt{a} \neq \sqrt{2a}$

(ii) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{a}\right) = 2\sqrt{a}$

(iii) $\left(\sqrt{2a}-\sqrt{a}\right) \neq \sqrt{a}$

(iv) $2\sqrt{a}-\sqrt{a} = \sqrt{a}$

(v) $\sqrt[2]{a}+\sqrt[3]{a} \neq \sqrt[5]{a}$

(vi) $-\sqrt[3]{a}-\sqrt[2]{a} \neq \sqrt{a}$

(vii) $\sqrt{2} = 1.414$

(viii) $\sqrt{3} = 1.732$

(ix) $\sqrt{5} = 2.238$

महत्वपूर्ण उदाहरण (Important Examples)

उदा. 1 : $\sqrt[2]{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{12}$ को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

हलः करणी क्रमशः 2, 3 और 4 के क्रम में है। यदि हमें $\sqrt[2]{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{12}$ को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने की आवश्यकता है, तो

2, 3 और 4 का ल. स. = 12

हमें करणी को क्रम 12 में व्यक्त करन चाहिए।

तो, $\sqrt[2]{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{729}$

$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{4}{12}} = \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[12]{625}$

$\sqrt[4]{12} = 12^{\frac{1}{4}} = 12^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{12^3} = \sqrt[12]{1728}$

अब $625 < 729 < 1728$

अतः $625 < 729 < 1728$

उदा. 2 : $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान क्या है?

हल : $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$
$= (256)^{0.16+0.09}$
$= (256)^{0.25}$
$= [(4)^4]^{1/4}$
$= 4$

उदा. 3 : यदि $2^{2x-1} = \frac{1}{8^{x-3}}$ हो, तो x का मान क्या होगा?

हल : $2^{2x-1} = \frac{1}{(8)^{x-3}}$

$\Rightarrow \quad 2^{2x-1} = 8^{-(x-3)}$

$\left[\because \frac{1}{a^m} = a^{-m}\right]$

$\Rightarrow \quad 2^{2x-1} = (8)^{3-x}$

$\Rightarrow \quad 2^{2x-1} = (2)^{3(3-x)}$

$[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

$\Rightarrow \quad 2x-1 = 9-3x$ (घातांक नियम से)

$\Rightarrow \quad 5x = 10$ या $x = 2$

महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न

1. निम्न प्रश्न में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर क्या मान आएगा?

$\sqrt[3]{512} - \sqrt[3]{1000} + \sqrt[3]{729} = ?$

(A) 7 (B) 11
(C) 15 (D) 10

2. यदि $\left(\sqrt[4]{5}\right)^{12} \times \left(\sqrt{2}\right)^{6} = \left((2\times5)^3\right)^x$ है, तो x का मान क्या है ?

(A) 3 (B) 1
(C) 6 (D) 0

3. $\sqrt{12}+\sqrt{3}$, $\sqrt{11}+2$, $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ तथा $1+\sqrt{14}$, में सबसे बड़ी अपरिमेय संख्या कौन–सी है?

(A) $\sqrt{12}+\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}+\sqrt{10}$
(C) $\sqrt{11}+2$ (D) $1+\sqrt{14}$

4. निम्नलिखित में कौन दिए गए मानों का सही आरोही क्रम दिखाता है ?

(A) $\sqrt{5}, \sqrt[3]{11}, 2\sqrt[6]{3}$ (B) $\sqrt{5}, 2\sqrt[6]{3}, \sqrt[3]{11}$
(C) $\sqrt[3]{11}, \sqrt{5}, 2\sqrt[6]{3}$ (D) $2\sqrt[6]{3}, \sqrt[3]{11}, \sqrt{5}$

5. यदि $\left(\sqrt{3}\right)^5 \times (9)^2 = 3^n \times 3\sqrt{3}$, तो n बराबर है :

(A) 0 (B) 3
(C) 5 (D) 7

6. यदि $3^a = 4^b = 12^{-c}$, तो $ab + bc + ca = ?$

(A) 36 (B) – 1
(C) 0 (D) 144

7. $\sqrt[18]{12}, \sqrt[9]{4}, \sqrt[12]{5}$ और $\sqrt[6]{3}$ में सबसे छोटी संख्या बताइए।

(A) $\sqrt[6]{3}$ (B) $\sqrt[18]{12}$
(C) $\sqrt[9]{4}$ (D) $\sqrt[12]{5}$

8. $\left(\dfrac{\sqrt[5]{\sqrt[2]{65536}}}{\sqrt[5]{\sqrt[2]{38416}}}\right)^{\frac{5}{2}}$ का मान है–

(A) $\frac{7}{6}$ (B) $\frac{8}{7}$
(C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{6}{7}$

9. यदि $2^x - 2^{x-1} = 4$ तो $3^x =$

(A) 7 (B) 3
(C) 27 (D) 9

10. $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}\left(\dfrac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}\left(\dfrac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$ का मान है–

(A) 0 (B) 1
(C) abc (D) $a^2b^2c^2$

11. $81^{-3/4}$ का मान है–

(A) $\frac{1}{27}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $81^{4/3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

12. $\dfrac{36^{\frac{7}{2}} - 36^{\frac{9}{2}}}{36^{\frac{3}{2}}}$ का मान ज्ञात करें।

(A) 36 (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\sqrt{6}$ (D) इनमें से कोई नहीं

13. $8^3 \times 8^2 \times 8^{-5}$ का मूल्यांकन होता है–

(A) 1 (B) 8
(C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

14. यदि $x^{2a} = y^{2b} = z^{2c} \neq 0$ और $x^2 = yz$ हो, तो $\dfrac{ab+bc+ca}{bc}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(A) 3 (B) $3bc$
(C) $3ab$ (D) $3ac$

15. यदि $3^a = 27^b = 81^c$ और $abc = 144$ है, तो का मान ज्ञात कीजिए।

(A) $\frac{18}{120}$ (B) $\frac{33}{10}$
(C) $\frac{17}{120}$ (D) $\frac{18}{10}$

16. यदि $4^{(x+y)} = 256$ तथा $(256)^{(x-y)} = 4$, तो x तथा y का मान क्या होगा ?

(A) $\frac{17}{8}, \frac{15}{8}$ (B) $\frac{17}{4}, \frac{15}{4}$
(C) $\frac{9}{17}, \frac{15}{17}$ (D) $\frac{8}{17}, \frac{8}{15}$

व्याख्यात्मक हल

1. (A) $\sqrt[3]{512} - \sqrt[3]{1000} + \sqrt[3]{729} = ?$

$8 - 10 + 9 = 7$

2. (B) $\left(\sqrt[4]{5}\right)^{12} \times \left(\sqrt{2}\right)^{6} = \left((2\times5)^3\right)^x$

$5^{1/4\times12} \times 2^{1/2\times6} = 10^{3\times x}$
$5^3 \times 2^3 = 10^{3x}$
$(5\times2)^3 = 10^{3x}$
$10^3 = 10^{3x}$
$3x = 3, x = 1$

3. (B) सभी संख्या का वर्ग करने पर,

(i) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)^2 = 15 + 2\sqrt{36}$
$= 27$

(ii) $\left(\sqrt{11}+2\right)^2 = 15 + 2\sqrt{11} \times 2$
$= 15 + 4\sqrt{11} = 28.2$

(iii) $\sqrt{5}+\sqrt{10} = 15 + 2\sqrt{50}$
$= 29.2$

(iv) $1+\sqrt{14} = 15 + 2\sqrt{14} = 22.4$

उपयुक्त से स्पष्ट है सबसे बड़ी संख्या $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ है।

4. (D) $5^{\frac{1}{2}}, 11^{\frac{1}{3}}, 2\times3^{\frac{1}{6}}$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ में 2, 3 तथा 6 का ल.स.प.
$= 6$

अब, $5^{\frac{1}{2}\times6}, 11^{\frac{1}{3}\times6}, 2\times3^{\frac{1}{6}\times6}$

$5^3, 11^2, 2\times3$
125, 121, 6

आरोही क्रम $= 2\sqrt[6]{3} < \sqrt[3]{11} < \sqrt{5}$

5. (C) $\left(\sqrt{3}\right)^5 \times (9)^2 = 3^n \times 3 \times 3^{1/2}$

$\Rightarrow (3^{1/2})^5 \times (3^2)^2 = 3^n \times 3 \times 3^{1/2}$

$\Rightarrow 3^{5/2} \times 3^4 = 3^n \times 3^1 \times 3^{1/2}$

$\Rightarrow 3^{\left(\frac{5}{2}+4\right)} = 3^{\left(n+1+\frac{1}{2}\right)}$

$\because$ यदि आधार अंक समान (या एक जैसे हों) तो गुणा की परिस्थिति में घात जुड़ती है।

$\Rightarrow 3^{\frac{13}{2}} = 3^{n+\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \frac{13}{2} = n + \frac{3}{2}$

($\because$ आधार अंक समान हैं तो घात भी समान होगी)

$\Rightarrow n = \frac{13}{2} - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow n = \frac{10}{2} = 5$

6. (C) $3^a = 4^b = 12^{-c} = k$ (माना)

$3^a = k$
$k^{\frac{1}{a}} = 3$

इसी प्रकार,
$4^b = k$
$k^{\frac{1}{b}} = 4$

तथा $12^{-c} = k$
$k^{-\frac{1}{c}} = 12$
$k^{-\frac{1}{c}} = 3 \times 4$

अतः $k^{-\frac{1}{c}} = k^{\frac{1}{a}} \times k^{\frac{1}{b}}$

$-\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$\frac{ab+bc+ca}{abc}=0$

$ab+bc+ca=0$

7. (D) $\sqrt[18]{12}=12^{1/18}=(12^2)^{1/36}=(144)^{1/36}$

$\sqrt[9]{4}=4^{1/9}=(4^4)^{1/36}=(256)^{1/36}$

$\sqrt[12]{5}=5^{1/12}=(5^3)^{1/36}=(125)^{1/36}$

$\sqrt[6]{3}=3^{1/6}=(3^6)^{1/36}=(729)^{1/36}$

$\therefore\ (729)^{1/36}>(256)^{1/36}>(144)^{1/36}>(125)^{1/36}$

$\sqrt[6]{3}>\sqrt[2]{4}>\sqrt[18]{12}>\sqrt[12]{5}$

अतः सबसे छोटी करणी $\sqrt[12]{5}$ है।

8. (B) $\left(\frac{\sqrt[5]{\sqrt[2]{65536}}}{\sqrt[5]{\sqrt[2]{38416}}}\right)^{\frac{5}{2}}=\left(\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{196}}\right)^{\frac{5}{2}}$

$=\left(\frac{256}{196}\right)^{\frac{5}{2}\times\frac{1}{5}}$

$=\left(\frac{256}{196}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

9. (C) $2^x-2^{x-1}=4$

$2^x-2^x.2^{-1}=4$

$\Rightarrow\ 2^x-\frac{2^x}{2}=4$

$\Rightarrow\ 2^x\left(1-\frac{1}{2}\right)=4$

$\Rightarrow\ 2^x\times\frac{1}{2}=4$

$\Rightarrow\ 2^x=4\times 2$

$\Rightarrow\ 2^x=8$

$\Rightarrow\ 2^x=2^3$

$\Rightarrow\ x=3$

$\therefore\ 3^x=3^3=27$

10. (B)

$\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$

$=x^{(a-b)(a+b)}\,x^{(b-c)(b+c)}\,x^{(c-a)(c+a)}$

$=x^{(a^2-b^2)}x^{(b^2-c^2)}x^{(c^2-a^2)}$

$=x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}$

$=x^0$

$=1$

11. (A) $81^{-3/4}=\left(3^4\right)^{-3/4}$

$=(3)^{-3}$

$=\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$

12. (D) व्यंजक $=\frac{36^{\frac{7}{2}}-36^{\frac{9}{2}}}{36^{\frac{3}{2}}}$

$=\frac{36^{\frac{7}{2}}(1-36)}{36^{\frac{3}{2}}}$

$=36^{\frac{7}{2}-\frac{3}{2}}(1-36)$

$=-35\times 36^2$

13. (A) व्यंजक $=8^3\times 8^2\times 8^{-5}$

$=(8)^{3+2-5}$

$=8^0$

$=1$

14. (A) दिया है,

$x^{2a}=y^{2b}=z^{2c}\neq 0$

$\Rightarrow\ x^a=y^b=z^c$

$\therefore\ x^2=yz$

$\Rightarrow\ x^2=x^{a/b}.\,x^{a/c}$

$x^2=x^{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}$

घातों की तुलना करने पर,

$\Rightarrow\ 2=\frac{a}{b}+\frac{a}{c}$

$2bc=ac+ab$

$\frac{ab+bc+ca}{bc}=\frac{bc+(ab+ca)}{bc}$

$=\frac{bc+2bc}{bc}$

$=\frac{3bc}{bc}=3$

15. (B) $3^a=27^b=81^c$

$3^a=3^{3b}=3^{4c}$

$a=3b=4c=\text{K}$ (माना)

$a=k,\ b=\frac{\text{K}}{3},\ c=\frac{\text{K}}{4}$

$\because\ abc=144$

$\therefore\ \text{K}\times\frac{\text{K}}{3}\times\frac{\text{K}}{4}=144$

$\Rightarrow\ \text{K}^3=144\times 3\times 4$

$\Rightarrow\ \text{K}=\sqrt[3]{4\times3\times4\times3\times3\times4}$

$\Rightarrow\ \text{K}=4\times 3=12$

$\therefore\ a=12,\ b=\frac{\text{K}}{3}=\frac{12}{3}=4,$

$c=\frac{\text{K}}{4}=\frac{12}{4}=3$

अतः $12\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{5c}\right)$

a, b और c के मान रखने पर,

$\Rightarrow 12\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{5\times3}\right)$

$\Rightarrow 12\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}\right)$

$\Rightarrow 12\left(\frac{10+15+8}{120}\right)$

$12\times\frac{33}{120}=\frac{33}{10}$

अतः विकल्प (B) सही है।

16. (A) प्रश्नानुसार, $4^{x+y}=256$

$\Rightarrow\ 4^{x+y}=4^4$

$\Rightarrow\ x+y=4$ ...(i)

तथा,

$256^{x-y}=4$

$\Rightarrow\ 4^{4(x-y)}=4^1$

$\Rightarrow\ 4(x-y)=1$

$\Rightarrow\ 4x-4y=1$ ...(ii)

समीकरण (i) × 4 + (ii) से,

$4x+4y+4x-4y=16+1$

$\Rightarrow\ 8x=17$

$\Rightarrow\ x=\frac{17}{8}$

अतः समीकरण (i) से

$\frac{17}{18}+y=4$

$y=4-\frac{17}{8}$

$=\frac{15}{8}$

अतः x और y के मान क्रमशः $\frac{17}{8}$ और $\frac{15}{8}$ हैं।

❑❑