About the Book

यह किताब UP LT ग्रेड 2025 की गणित विषय की तैयारी के लिए विशेष रूप से तैयार की गई है, जो विषय-विशेष अभ्यर्थियों के लिए अत्यंत महत्वपूर्ण है।

पुस्तक की मुख्य विशेषताएं –

- यह किताब **नवीनतम सिलेबस और परीक्षा पैटर्न** के अनुसार तैयार की गई है।
- इसमें शामिल प्रश्न **असली परीक्षा स्तर** पर आधारित हैं, जिससे आपकी तैयारी सही दिशा में आगे बढ़ती है।
- इसमें **पूर्व वर्षों के प्रश्न और महत्वपूर्ण प्रश्न** शामिल हैं, जिनके आगामी परीक्षा में आने की संभावना काफी अधिक है।
- हर प्रैक्टिस सेट में सभी महत्वपूर्ण टॉपिक्स को कवर किया गया है, जिससे आपकी तैयारी पूरी और संतुलित हो जाती है।

इस किताब में **2018 का हल प्रश्नपत्र (Solved Paper)** भी दिया गया है, जिससे आप परीक्षा के पैटर्न और पूछे गए प्रश्नों को बेहतर तरीके से समझ सकते हैं।

हर सवाल के साथ **सही उत्तर और संक्षिप्त व्याख्या** दी गई है, जिससे आप अपनी गलतियों को सुधार सकें और तेजी से सीख सकें।

यह किताब आपकी **तेज़ रिवीजन, स्मार्ट प्रैक्टिस** और **आत्मविश्वास** बढ़ाने में मदद करेगी।

अगर आप ईमानदारी से इस किताब से तैयारी करते हैं, तो आप **इस परीक्षा में 80% तक अंक** आसानी से प्राप्त कर सकते हैं।

यह सिर्फ एक प्रैक्टिस बुक नहीं है, बल्कि **UP LT ग्रेड गणित परीक्षा** की आपकी पूरी तैयारी का भरोसेमंद साथी है।

आज ही तैयारी शुरू करें और खुद पर भरोसा रखें – यह किताब सफलता की राह में हर कदम पर आपका मार्गदर्शन करेगी।

अन्य महत्वपूर्ण पुस्तकें

Buy books at great discounts on: www.examcart.in | www.amazon.in/examcart |

AGRAWAL EXAMCART
Paper Pakka Fasega!
CB2105

LT GRADE महिला/पुरुष भर्ती परीक्षा (गणित) प्रैक्टिस सेट्स एवं सॉल्व्ड पेपर
ISBN - 978-93-6890-727-5
₹ 259

LT GRADE महिला/पुरुष भर्ती परीक्षा (गणित) प्रैक्टिस सेट्स एवं सॉल्व्ड पेपर

CB2105 AGRAWAL EXAMCART

TOP SELLING LT Grade PRACTICE SETS

AGRAWAL EXAMCART
Paper Pakka Fasega!

उत्तर प्रदेश लोक सेवा आयोग द्वारा आयोजित

LT GRADE

महिला/पुरुष भर्ती परीक्षा

गणित

नवीनतम पेपर पैटर्न के अनुसार

10 प्रैक्टिस सेट्स

एवं **01 सॉल्व्ड पेपर** (2018)

Code	Price	Pages	ISBN
CB2105	₹259	259	978-93-6890-727-5

विषय सूची

परीक्षा से सम्बन्धित जानकारी (Exam Information)

➔ **परीक्षा से सम्बन्धित महत्वपूर्ण सूचना (Important Information)** **v**
(UP LT Grade परीक्षा की सम्पूर्ण जानकारी एवं पुस्तक या किसी भी समस्या के लिए हमारा Helpline No.)

➔ **Syllabus and Exam Pattern** **vii**

सॉल्व्ड पेपर

➢ **उ.प्र. लोक सेवा आयोग, एल.टी. ग्रेड, 2018 गणित, हल प्रश्न–पत्र (परीक्षा तिथि : 29-7-2018)** **1-24**

प्रैक्टिस सेट्स

➢ **प्रैक्टिस सेट - 1** **1-19**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 2** **20-39**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 3** **40-59**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 4** **60-79**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 5** **80-99**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 6** **100-123**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 7** **124-142**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 8** **143-168**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 9** **169-194**

➢ **प्रैक्टिस सेट - 10** **195-220**

अतिरिक्त अध्ययन सामग्री ई-बुक (Extra Study Material E-Book)

Extra Study Material ई-बुक का Content

➔ UP TGT गणित के 4 पेपर्स की ई-बुक

➔ डिस्काउंट कूपन दिया गया है। उसका उपयोग करें और 'www.examcart.in' से हमारी किताबें सबसे अच्छे डिस्काउंट पर खरीदें।

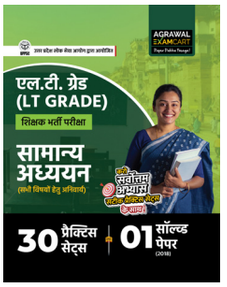
नोट : Link Expire होने से पहले दिए गए **QR Code** को स्कैन करके आप यह **Extra Study Material E-Book** को **Download** कर लें।

ऐसी पुस्तकें जो कोई आपको बताना नहीं चाहता!

इन अनोखी पुस्तकों ने कई छात्रों को उनके पहले प्रयास में ही परीक्षा पास करने में मदद की है और हम जो कहते हैं, उसे साबित भी करते हैं—इसीलिए हर पुस्तक के कुछ सैंपल चैप्टर दिए गए हैं। हम गारंटी देते हैं कि इन्हें पढ़ने के बाद आपको समझ आएगा कि ये पुस्तकें क्यों सबसे बेहतरीन हैं और क्यों इतने सारे छात्र इनसे सफल हुए हैं।

नोट

पढ़ने के लिए, किसी भी पुस्तक के पास दिए गए **QR Code** को स्कैन करें, उसके वेबसाइट पेज पर **"View PDF"** पर क्लिक करें। अगर पुस्तक पसंद आए, तो **Extra Study Material** ई-बुक में दिया गया डिस्काउंट कूपन इस्तेमाल करें और बेहतरीन डिस्काउंट भी पाएँ!

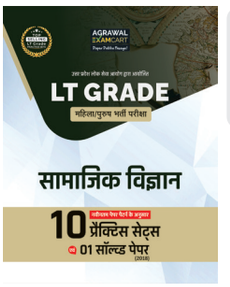


LT Grade
सामान्य अध्ययन
(Practice Sets & Solved Papers)

LT Grade
गृह विज्ञान
(Practice Sets & Solved Papers)

LT Grade
जीव विज्ञान
(Practice Sets & Solved Papers)

LT Grade
शारीरिक शिक्षा
(Practice Sets & Solved Papers)



LT Grade
सामाजिक विज्ञान
(Practice Sets & Solved Papers)

LT Grade
विज्ञान
(Practice Sets & Solved Papers)

TGT
गणित
(Practice Sets & Solved Papers)

प्रैक्टिस सेट-1

1. सदिशों $\vec{u} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{v} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$, $\vec{\omega} = 7\hat{j} - 4\hat{k}$ द्वारा निर्मित समान्तर षट्फलक का आयतन होगा

(A) 23 घन इकाई
(B) 33 घन इकाई
(C) – 31 घन इकाई
(D) 21 घन इकाई

2. उस समतल का समीकरण क्या होगा जो बिन्दु $2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}, -3\hat{i} + 10\hat{j} - 9\hat{k}$ तथा $-5\hat{i} - 6\hat{k}$ से होकर जाता है?

(A) $r.(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = 8$
(B) $r.(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = 2$
(C) $r.(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = 72$
(D) $r.(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = 18$

3. बिन्दु $P_0(-3, 0, 7)$ से होकर जाने वाली और सदिश $\vec{x} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के लम्बवत् समतल का समीकरण है–

(A) $5x + 2y + z - 22 = 0$
(B) $5x + 2y + 2z + 22 = 0$
(C) $5x + 2y - z + 22 = 0$
(D) $5x + 2y - 2z - 22 = 0$

4. $a = (1,1,1)$ तथा $\vec{c} = (0,1,-1)$ दिये गये दो सदिश है। सदिश b क्या होगा जबकि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ तथा $\vec{a}.\vec{b} = 10$ है ?

(A) (4, 3, 3) (B) (3, 3, 3)
(C) (3, 2, 2) (D) (2, 2, 2)

5. सदिश $2i - j + k$, $i - 3j - 5k$ तथा $3i - 4j - 4k$ एक त्रिभुज की भुजाएँ हैं। निम्नलिखित में से कौन उनमें से किन्हीं दो के बीच का कोण है?

(A) $\cos^{-1}\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{41}}$
(B) $\cos^{-1}\frac{6}{\sqrt{41}}$
(C) $\cos^{-1}\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{41}}$
(D) इनमें से कोई नहीं

6. अवकल समीकरण $(e^y + 1)\cos x\, dx + e^y \sin x dy = 0$ का हल है–

(A) $\cos x\,(e^y + 1) = C$
(B) $\sin x\,(e^y + 1) = C$
(C) $\sin x\,(e + 1) = C$
(D) $-\sin x\,(e^y + 1) = C$

7. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y^2 + \sin y}$ का हल है–

(A) $x = \frac{y^3}{3} - \sin y + C$
(B) $x = \frac{y^3}{3} + \cos y + C$
(C) $x = \frac{y^2}{2} - \cos y + C$
(D) $x = \frac{y^3}{3} - \cos y + C$

8. वह समीकरण जिसके मूल $\frac{1}{2}$ तथा $\frac{1}{3}$ हैं, होगा–

(A) $x^2 - 2x + 3 = 0$
(B) $3x^2 - 2x + 1 = 0$
(C) $6x^2 - 5x + 1 = 0$
(D) $x^2 - 5x + 6 = 0$

9. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{x^2 + 1}$ का हल है–

(A) $y = \log(x^2 + 1) + C$
(B) $y = \frac{1}{2}\log(x^2 + 1) + C$
(C) $y = \frac{1}{2}\log(x^3 + 1) + C$
(D) $y = \frac{1}{2}\log(x + 1) + C$

10. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + my = e^{-x}$ में यदि समाकलीनीय गुणांक $\frac{1}{x^2}$ है तो m का मान है–

(A) 2 (B) –2
(C) 1 (D) –1

11. अवकल समीकरण $(1-x^2)\frac{dy}{dx} - xy = 1$ का समकलन गुणांक है :

(A) $-x$ (B) $-\frac{x}{1-x^2}$
(C) $\sqrt{1-x^2}$ (D) $\frac{1}{2}\log(1-x^2)$

12. $(1+i)^5\left(1+\frac{1}{i}\right)^5$ का मान है :

(A) 64 (B) 32
(C) 16 (D) 8

13. यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का $(p + q)$वाँ पद m और $(p - q)$वाँ पद n हो, तो pवाँ पद होगा

(A) $\sqrt{mn}$ (B) $\sqrt{\frac{m}{n}}$
(C) $\sqrt{\frac{n}{m}}$ (D) $(mn)^{3/2}$

14. 'A' एक 52 पत्तों की ताश की गड्डी से 2 पत्ते पुनर्स्थापित (Replacement) करते हुए खींचे गए और 'B' पाँसे के एक जोड़े (Pair) को फेंकता है। तब A के दोनों पत्ते समान सूट (Suit) से और B के 6 का योग प्राप्त करने की प्रायिकता है

(A) 1/144 (B) 1/4
(C) 5/144 (D) 7/144

15. यदि घटनाएँ A,B परस्पर अपवर्जी हैं, तब $P(A \cup B)$ बराबर होगी

(A) P(A) + P (B) (B) P(A) – P (B)
(C) P(A) P (B) (D) P(A/P) (B)

16. श्रेणी $1 + \frac{1^2 + 2^2}{2!} + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2}{3!} + \ldots\infty$ तब का योगफल होगा

(A) $\frac{17}{6}e$ (B) $\frac{15}{7}e$
(C) $\frac{19}{6}e$ (D) $\frac{13}{6}e$

17. किसी त्रिभुज में दो बड़ी भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः 24 और 22 हैं। यदि कोण समान्तर श्रेणी में हो, तो तीसरी भुजा की लम्बाई होगी

(A) $12 - 2\sqrt{3}$ (B) $12\sqrt{3} + 2$
(C) $12 + 2\sqrt{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

18. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}[(n+1)(n+2)(n+3)...(n+n)]^{1/n}$ बराबर है—

(A) e (B) $1/e$

(C) $2/e$ (D) $4/e$

19. $\int \tan^{-1}\sqrt{x}dx$ बराबर है—

(A) $(x+1)\tan^{-1}\sqrt{x}-\sqrt{x}+c$

(B) $(x+1)\tan^{-1}\sqrt{x}+\sqrt{x}+c$

(C) $x\tan^{-1}\sqrt{x}+\sqrt{x}+c$

(D) $x\tan^{-1}\sqrt{x}+\sqrt{x}+c$

20. $\int\frac{\sin x\cos x}{1+\sin^4 x}dx$ बराबर है-

(A) $\log(1+\sin^4 x)+c$

(B) $\frac{1}{2}\log\left(1+\sin^2 x\right)+c$

(C) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\sin^2 x\right)+c$

(D) $\tan^{-1}(\sin^2 x)+c$

21. समाकलन

$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2-2\right]^{\frac{1}{2}}dx$ का मान है—

(A) $\log\left(\frac{4}{3}\right)$ (B) $4\log\left(\frac{3}{4}\right)$

(C) $4\log\left(\frac{4}{3}\right)$ (D) $\log\left(\frac{3}{4}\right)$

22. $\sin^{-1}x$ का $\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$ के सापेक्ष अवकलन है—

(A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\sin^{-1}x$

(C) $\cos^{-1}x$ (D) 1

23. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$ का मान निम्नलिखित में से कौन-सा है?

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) इनमें से कोई नहीं

24. x^2 के सापेक्ष x^3 का अवकलन क्या है?

(A) $3x^2$ (B) $\frac{3x}{2}$

(C) x (D) $\frac{3}{2}$

25. यदि $y=x^x$ है, तो $x=1$ पर $\frac{dy}{dx}$ किसके बराबर है?

(A) 0 (B) 1

(C) –1 (D) 2

26. ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 16 हो और जिनके घनों का योग निम्नतम हो—

(A) 4 तथा 12 (B) 6 तथा 10

(C) 8 तथा 8 (D) इनमें से कोई नहीं

27. माना कि तीन समुच्चय A, B और C हैं। तब $(A-B)\cup(A-C)$ बराबर होंगे

(A) $A\cap(B\cap C)$ (B) $A\cup(B-C)$

(C) $A\cap(B-C)$ (D) $A-(B\cap C)$

28. शब्द VOWELS से कितने शब्द बन सकते हैं यदि शब्द E से प्रारम्भ हो ?

(A) 12 (B) 5

(C) 120 (D) 240

29. यदि ${}^nP_r=120.{}^nC_r$ तब r का मान है—

(A) 6 (B) 5

(C) 4 (D) 3

30. सीमा $\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3^2}{n^2}\right)...\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)^{1/n}\right]$ का मान है

(A) $4e^{(\pi-4)}$ (B) $3e^{(\pi-4)}$

(C) $2e^{\left(\frac{\pi-4}{2}\right)}$ (D) $e^{\left(\frac{\pi-4}{2}\right)}$

31. यदि फलन $f(x)$ जो कि

$$f(x)=\begin{cases}3ax+b & \text{यदि } x>1\\ 11 & \text{यदि } x=1\\ 5ax-2b & \text{यदि } x<1\end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त है, पर सतत् है, $x=1$, तो a और b का मान है

(A) $a=2, b=3$ (B) $a=1, b=4$

(C) $a=3, b=2$ (D) $a=4, b=1$

32. अंकों 1, 2, 3, 4, 5, 6 से 4 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं, अंकों की पुनरावृत्ति न हो?

(A) 240 (B) 150

(C) 720 (D) 360

33. $\sin^p x\cos^q x$ का एक महत्तम बिन्दु होगा—

(A) $x=\tan^{-1}\sqrt{\frac{p}{q}}$

(B) $x=\tan^{-1}\sqrt{\frac{q}{p}}$

(C) $x=\tan^{-1}\left(\frac{p}{q}\right)$

(D) $x=\tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)$

34. $\tan\left[\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right]$ का मान है—

(A) $\frac{6}{17}$ (B) $\frac{7}{16}$

(C) $\frac{17}{6}$ (D) इनमें से कोई नहीं

35. त्रिभुज ABC में, $2ac\sin\frac{1}{2}(A-B-C)$ बराबर होगा—

(A) $a^2+b^2-c^2$ (B) $c^2+a^2-b^2$

(C) $b^2-c^2-a^2$ (D) $c^2+a^2-b^2$

36. यदि $\sin^{-1}x+\sin^{-1}2x=\pi/3$ तो x का मान होगा—

(A) $\pm\sqrt{3/2\sqrt{7}}$ (B) $\pm\sqrt{3/\sqrt{7}}$

(C) 0 (D) 1

37. यदि $x_n=\cos(\pi/3^n)+i\sin(\pi/3^n)$, तो $x_1.x_2.x_3.\ldots\ldots\infty$ तक का मान है—

(A) 1 (B) i

(C) –1 (D) $-i$

38. यदि $\tan\theta+\sin\theta=m$ तथा $\tan\theta-\sin\theta=n$ हो, तो m^2-n^2 का मान बराबर है—

(A) $4\sqrt{(mn)}$ (B) $4mn$

(C) $2\sqrt{(mn)}$ (D) $\sqrt{(mn)}$

39. उस रेखा का समीकरण, जो बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से होकर जाती है तथा $x\sec\theta+y\operatorname{cosec}\theta=a$ पर लम्ब है, होगा—

(A) $x\cos\theta+y\sin\theta=a\sin 2\theta$

(B) $x\sin\theta+y\operatorname{cosec}\theta=a\cos 2\theta$

(C) $x\sin\theta-y\cos\theta=a\sin 2\theta$

(D) $x\cos\theta-y\sin\theta=a\cos 2\theta$

40. $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\tan\left(\frac{3\pi}{4}+\theta\right)$ का मान होगा—

(A) 1 (B) –1

(C) 0 (D) 2

41. $\tan 3A\tan 2A\tan A$ बराबर है

(A) $\tan 3A-\tan 2A-\tan A$

(B) $\tan 3A+\tan 2A+\tan A$

(C) $\tan 3A\tan 2A-\tan A$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

42. यदि $3\cos x=5\sin x$, तो

$\frac{5\sin x-2\sec^3 x+2\cos x}{5\sin x+2\sec^3 x-2\cos x}$ का मान है—

(A) $\frac{361}{2397}$ (B) $\frac{271}{979}$

(C) $\frac{541}{979}$ (D) $\frac{127}{979}$

43. $3 + 4i$ का वर्गमूल क्या है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ हो ?

(A) 2 + i (B) $2 - i$

(C) $-2 + i$ (D) –3–1

44. वक्र $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ की स्पर्श रेखा x–अक्ष के समान्तर है, स्पर्श बिन्दु का भुज है–

(A) $x = 0$ व 0 (B) $x = 1$ व -1

(C) $x = 1$ व -3 (D) $x = -1$ व 3

45. यदि $A + B = \frac{\pi}{4}$ हो, तो $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ होगा–

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

46. यदि $p = \sec\theta + \tan\theta$ तो $\frac{p^2 - 1}{p^2 + 1}$ का मान है

(A) $\sin\theta$ (B) $\cos\theta$

(C) $\sec\theta$ (D) $\tan\theta$

47. किसी मीनार के आधार से आधार रेखा पर क्रमशः a और b दूरी पर स्थित दो बिन्दु P और Q के मीनार के शिखर से अवनमन कोण कोटिपूरक हैं। मीनार की ऊँचाई है

(A) $\sqrt{ab}$ (B) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

(C) ab (D) $\sqrt{\frac{b}{a}}$

48. यदि $A = \{3, 4, 7, 8\}, B = \{1, 5, 6, 4, 3\}, C = \{4, 5, 9, 3, 8, 6\}$, तो $(A \cup B) \cap C$ है–

(A) {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

(B) {3, 4, 5, 6, 8}

(C) {3, 4}

(D) इनमें से कोई नहीं

49. तीन संख्याओं 4, 6 और 8 की बारम्बारताएँ क्रमशः $(x + 2), x$ व $(x - 1)$ हैं। यदि बंटन का समान्तर माध्य 5.76 हो, तब x का मान है

(A) 7 (B) 6

(C) 10 (D) 8

50. निम्न सारणी का माध्य विचलन होगा

प्राप्तांक	40-44	35-39	30-34	25-29
आवृत्ति	2	3	4	5

(A) 7.24 (B) 4.48

(C) 6.44 (D) 34.8

51. एक कक्षा के 15 बालकों के वजन नीचे दी गई सारणी के अनुसार हैं

वजन (किग्रा में)	31	34	35	36	37
बालकों की संख्या	2	3	4	5	1

बालकों के वजन के बण्टन की माध्यिका होगी–

(A) 34.5 किग्रा (B) 35 किग्रा

(C) 35.5 किग्रा (D) इनमें से कोई नहीं

52. यदि n प्रेक्षणों $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ का समान्तर माध्य x है, तो $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})$ बराबर है

(A) 0 (B) 1

(C) ∞ (D) इनमें से कोई नहीं

53. दो बल P तथा Q यदि ऐसे कोण पर कार्य करें कि उनका परिणामी बल R, बल P के बराबर हो, तो यदि P को दोगुना किया जाय, तो नये परिणामी बल और Q के साथ बना कोण होगा

(A) 30° (B) 60°

(C) 45° (D) 90°

54. एक पत्थर विरामावस्था मे किसी ऊँचाई से पृथ्वी पर 5 सेकण्ड में पहुँचता है। यदि गिरने के 3 सेकण्ड बाद पत्थर को रोक कर फिर गिरने दिया जाए तो पृथ्वी पर पत्थर कितनी देर में गिरेगा ?

(A) 3 सेकण्ड (B) 4 सेकण्ड

(C) 4.5 सेकण्ड (D) इनमें से कोई नहीं

55. उस इंजन की अश्वशक्ति क्या होगी जो 100 मीटर गहराई से 300 किग्रा पानी प्रति सेकण्ड ऊपर खींचता है?

(A) 300 (B) 350

(C) 380 (D) इनमें से कोई नहीं

56. 12 किमी प्रति घण्टा के वेग से उत्तर दिशा की ओर जाने वाले एक जहाज को 10 किमी पूर्व में एक जहाज दिखाई देता है जो 16 किमी प्रति घण्टा के वेग से पश्चिम की ओर जा रहा है। कुछ समय पश्चात वे एक–दूसरे से न्यूनतम दूरी पर होते है। उस समय उनके बीच की दूरी क्या होगी ?

(A) $2\sqrt{61}$ किमी (B) 8 किमी

(C) 6 किमी (D) 4 किमी

57. यदि एक सामान्य रज्जू (कैटनरी) किसी बिन्दु P पर तनाव T और निम्नतम बिन्दु C पर तनाव T_0 हो तथा चाप CP का भार W हो, तो

(A) $T^2 + T_0^2 = W^2$

(B) $T^2 - T_0^2 = W^2$

(C) $T + T_0 = W$

(D) $T - T_0 = W$

58. यदि z एक सम्मिश्र संख्या है, तो निम्न में से कौन–सा कथन सत्य है ?

(A) $(z\,\bar{z})$ विशुद्ध काल्पनिक है

(B) $(z\,\bar{z})$ अऋणात्मक वास्तविक है

(C) $(z - \bar{z})$ विशुद्ध वास्तविक है

(D) $(z + \bar{z})$ विशुद्ध काल्पनिक है

59. यदि ω इकाई का घनमूल है, तो $(1 + \omega - \omega^2)^2 + (1 - \omega + \omega^2)^2 + 1$ का मान होगा–

(A) -1 (B) 7

(C) 1 (D) –3

60. यदि $(1 + i\sqrt{3})^{12} = a + ib$ है, जहाँ a तथा b वास्तविक हैं, तब b का मान होगा–

(A) $(\sqrt{3})^{12}$ (B) $(2)^{12}$

(C) 0 (D) 1

61. यदि $(5 + 2\sqrt{6})^{(x^2-3)} + (5 - 2\sqrt{6})^{(x^2-3)} = 10$, तब x का मान है :

(A) ± 3 या $\pm\sqrt{3}$ (B) ± 5 या $\pm\sqrt{5}$

(C) ± 4 या $\pm\sqrt{4}$ (D) ± 2 या $\pm\sqrt{2}$

62. माना कि $V = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$ और $W = \{(x, y) : xy \geq 0\}$, R^2 के उपसमुच्चय हैं, तब

(A) V और W उपसमष्टि है

(B) V उपसमिष्ट है लेकिन W नहीं

(C) W उपसमिष्ट है लेकिन V नहीं

(D) V और W उपसमष्टि नहीं हैं

63. यदि दो फलन f और g

(i) $[a, b]$ में सतत हैं

(ii) $]a, b[$ में अवकलनीय हैं

(iii) $f(x) = g'(x) \forall\, x \in]a, b[$ तब कौन–सा सत्य है ?

(A) f और g में नियतांक का अन्तर है।

(B) f और g सदैव समान हैं।

(C) f और g कभी समान नहीं हो सकते हैं।

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं।

64. निम्नलिखित में कौन सही है

जहाँ $i = \sqrt{-1}$?

(A) $1 - i > 2 - i$ (B) $2 + i > 1 + i$

(C) $2 - i > 1 + i$ (D) इनमें से कोई नहीं

65. प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर एक सम्बन्ध R, $\{(x, y) : x, y \in N, 2x + y = 41\}$ के द्वारा परिभाषित है, तब R है

(A) स्वतुल्य (B) सममित

(C) संक्रमक (D) इनमें से कोई नहीं

66. $\sinh^{-1}(\cot\theta)$ बराबर है–

(A) $\log(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)$

(B) $\log(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$

(C) $\log(\cos\theta + \sin\theta)$

(D) $\log(\cos\theta - \sin\theta)$

67. एक संक्रिया* को वास्तविक संख्याओं पर $a * b = 1 + a + ab$ द्वारा परिभाषित करते हैं, तब संक्रिया *

(A) क्रमविनिमेय है लेकिन साहचर्य नहीं

(B) साहचर्य है लेकिन क्रयविनिमेय नहीं

(C) साहचर्य और क्रमविनिमेय दोनों नहीं

(D) साहचर्य और क्रमविनिमेय दोनों है

68. प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय पर एक सम्बन्ध R, aRb से परिभाषित है कि a और b सह–अभाज्य हैं तब R होगा–

(A) स्वतुल्य एवं सममित

(B) संक्रमक एवं सममित

(C) स्वतुल्य एवं संक्रमक

(D) एक तुल्यता सम्बन्ध

69. वक्र $x = 3t^2 + 1, y = t^3 - 1$ की $x = 1$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) ∞ (D) –2

70. $\sqrt{-i}$ का मान, जहाँ $i = \sqrt{-1}$, किसके बराबर है?

(A) $\pm\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$ (B) $\pm\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$

(C) $\pm\left(\frac{1-i}{2}\right)$ (D) $\pm\left(\frac{1-i}{2}\right)$

71. सम्मिश्र संख्या $(-1 - i)$ का, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ कोणांक क्या है?

(A) $\frac{5\pi}{4}$ (B) $-\frac{5\pi}{4}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) इनमें से कोई नहीं

72. एक रेखा, जो x-अक्ष के समान्तर है और वक्र $y = \sqrt{x}$ से 45° के कोण पर मिलती है

(A) $x = \frac{1}{4}$ (B) $y = \frac{1}{4}$

(C) $y = \frac{1}{2}$ (D) $y = 1$

73. ABC एक समकोण त्रिभुज है। शीर्ष A से कर्ण BC पर AD लम्ब डाला गया। यदि AB = 5 सेमी तथा AC = 12 सेमी, तो AD की लम्बाई है–

(A) 156/3 सेमी (B) 65/12 सेमी

(C) 60/13 सेमी (D) 117/8 सेमी

74. एक त्रिभुज के शीर्ष (4, 6), (2, – 2) और (0, 2) हैं। इसके केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(A) (2, 1) (B) (2, 3)

(C) (2, 2) (D) (1, 2)

75. A(3, 5), B (– 4, 8) तथा C (– 6, –2) एक त्रिभुज के क्रमशः शीर्षों के निर्देशांक हैं। त्रिभुज की माध्यिका का समीकरण है–

(A) $x + 4y - 17 = 0$

(B) $4x + y + 17 = 0$

(C) $x - 4y + 17 = 0$

(D) $y - 4x - 17 = 0$

76. निम्नलिखित में से कौन–सा समुच्चय समष्टीय समुच्चय है?

(A) $A = \{x : x$ एक चतुर्भुज है$\}$

(B) $B = \{x : x$ एक समान्तर चतुर्भुज है$\}$

(C) $C = \{x : x$ एक आयत है$\}$

(D) $D = \{x : x$ एक वर्ग है$\}$

77. व्यंजक $1.(2 - \omega)(2 - \omega^2) + 2.(3 - \omega)(3 - \omega^2) + ... + (n - 1)(n - \omega)(n - \omega^2)$, जहाँ ω एक इकाई का काल्पनिक घनमूल है, का मान है–

(A) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

(B) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 - n$

(C) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 + n$

(D) इनमें से कोई नहीं

78. बिन्दु (1, –2) से जाने वाली तथा दोनों अक्षों से बराबर अन्तःखण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण है–

(A) $x + y = 1$ (B) $x - y = 1$

(C) $x + y + 1 = 0$ (D) $x - y - 1 = 0$

79. एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि इसकी बिन्दु (3, –2) से दूरी का वर्ग संख्यात्मक रूप से इसकी रेखा $5x - 12y = 13$ से दूरी के बराबर रहता है। बिन्दु के बिन्दुपथ का समीकरण है।

(A) $x^2 + y^2 - 11x + 16y = 0$

(B) $x^2 + y^2 - 11x + 16y + 26 = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 11x - 16y - 26 = 0$

(D) $13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$

80. रेखाओं $\sqrt{3}x - y = 5$ तथा $x - \sqrt{3}y = 7$ के बीच का कोण है–

(A) 30° (B) 45°

(C) 60° (D) इनमें से कोई नहीं

81. वक्र $y = \log x$, x –अक्ष और $x = e$ अन्तर्गत घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल है–

(A) e (B) 1

(C) ∞ (D) इनमें से कोई नहीं

82. परवलय $y^2 = 4ax$ और सरल रेखा $y = 2ax$ के अन्तर्गत घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा।

(A) $\frac{a^2}{3}$ (B) $\frac{1}{3a^2}$

(C) $\frac{1}{3a}$ (D) $\frac{2}{3a}$

83. बिन्दु (1, 2, – 4) से गुजरने वाली रेखाओं

$\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ एवं

$\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$

पर लम्बा रेखा का समीकरण है–

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{6}$

(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{6}$

(C) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{8}$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

84. यदि $y = 2x + c$ परवलय $y^2 = 8(x + 2)$ को स्पर्श करती है, तब–

(A) $c = 5$ (B) $c = 3$

(C) $c = 2$ (D) $c = 1$

85. उस गोले का आयतन क्या होगा जो वृत्त $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ तथा बिन्दु (1, 2, –1) से होकर जाता है?

(A) $\frac{40}{3}\pi$ (B) $\frac{17\sqrt{17}}{6}\pi$

(C) $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$ (D) इनमें से कोई नहीं

86. शर्त $|z - 3i| = 2$ की सन्तुष्टि करे तब z का बिन्दुपथ होगा–

(A) वृत्त (B) परवलय

(C) दीर्घवृत्त (D) x-अक्ष

87. उत्केन्द्रता e वाला शांकव दीर्घवृत्त निरूपित करता है यदि–

(A) $e = 1$ (B) $0 < e < 1$

(C) $e > 1$ (D) $e = 0$

88. सरल रेखाओं $x\sqrt{3} - y = 5$ तथा $x + y\sqrt{3} = 4$ के बीच का कोण है

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $90°$

89. यदि z एक सम्मिश्र संख्या है, तब $(z + 5)(\bar{z} + 5)$ बराबर होगा :

(A) $|z + 5i|^2$ (B) $|z - 5|^2$

(C) $(z + 5)^2$ (D) $|z + 5|^2$

90. यदि फलन $f: [a, a + h] : h, 0$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि (i) $f, [a, a + h]$ पर सतत है

(ii) $f, [a, a + h]$ पर अवकलनीय है

तब एक $\theta, 0 < \theta < 1$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $f[a + h] = f(a) + hf'(a + \theta h)$ कहलाता है–

(A) रॉली प्रमेय (B) टेलर प्रमेय

(C) न्यूटन प्रमेय (D) लग्रांजी प्रमेय

91. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ और $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तब निम्न में कौन शून्य आव्यूह है?

(A) $A^2 + 5A + 6I$ (B) $A^2 - 5A + 6I$

(C) $A^2 - 5A - 6I$ (D) $A^2 + 5A - 6I$

92. आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5-2i & 9 & 0 \end{bmatrix}$ है एक

(A) सममित आव्यूह

(B) विषम सममित आव्यूह

(C) हर्मिशीय आव्यूह

(D) विषम हर्मिशीय आव्यूह

93. यदि $a + b + c = 0$ हो, तब

$\begin{bmatrix} a-x & c & b \\ c & b-x & a \\ b & a & c-x \end{bmatrix} = 0$ का एक हल है–

(A) शून्य (B) $a + b - c$

(C) $a + b + c$ (D) $-a + b + c$

94. यदि $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ x+a & 0 & x-c \\ x+b & x+c & 0 \end{vmatrix} = 0$, तब x का मान बराबर है–

(A) 2 (B) 1

(C) 0 (D) 3

95. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & e & 3 \\ 2 & \pi & 3 \\ 2 & \sqrt{2} & 3 \end{vmatrix}$ का मान होगा–

(A) π (B) e

(C) शून्य (D) $e - \pi + \sqrt{2}$

96. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ -5 & 6 & -10 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$ का मान होगा–

(A) –440 (B) 0

(C) 328 (D) 484

97. यदि $x^2 - 3x + k = 10$ के मूलों का गुणनफल – 2 हो, तो k का मान होगा

(A) – 2 (B) 8

(C) 12 (D) – 8

98. यदि समीकरण $x^2 - px + 8p - 15 = 0$ के दोनों मूल समान हैं, तो p का मान है–

(A) 3 या 5 (B) 2 या 5

(C) 3 या 4 (D) 2 या 30

99. समुच्चय $\{x : x^3 - 4x = 0\}$ के समान समुच्चय है–

(A) $\{-2, 0, 2\}$ (B) $\{2, 0, -3\}$

(C $\{-3, 0, 2\}$ (D) $\{2, 0, -2\}$

100. एक त्रिभुज की भुजाएँ 15 सेमी, 20 व 25 सेमी हों, तो त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या है–

(A) 5 सेमी (B) 10 सेमी

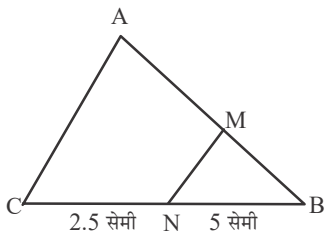
(C) 12.5 सेमी (D) इनमें से कोई नहीं

101. $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ निम्नलिखित में से किस संख्या से पूर्ण रूप से विभाजित होगी ?

(A) 15 (B) 14

(C) 13 (D) 12

102. यदि AC || MN, BN = 5 सेमी एवं NC = 2.5 सेमी, तो BM : AM का मान होगा–



(A) 1 : 2 (B) 2 : 1

(C) 1 : 3 (D) 3 : 1

103. दी गई समीकरण $(a^2 - bc)x^2 + 2(b^2 - ac)x + (c^2 - ab) = 0$ के मूल समान होंगे, यदि

(A) $a^2 + b^2 + c^2 = 3abc$

(B) $a^3 + b^3 + c^3 = 0$

(C) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

(D) $a + b + c = 2abc$

104. कितने बिन्दुओं पर बहुपद $(x + 1)(x + 3)$. x, x-अक्ष को काटता है ?

(A) 3 (B) 2

(C) 1 (D) 4

105. एक सरल रेखा में गति करते हुए किसी पिण्ड का वेग v निम्नानुसार परिवर्तित होता है।

$$v = \begin{cases} 2t + 13 & , \quad 0 \le t \le 5 \\ 3t + 8 & , \quad 5 < t \le 7 \\ 4t + 1 & , \quad t > 7 \end{cases}$$

जहाँ दूरी मीटर में तथा समय सेकण्ड में है, तब 10 सेकण्ड के पश्चात् कण द्वारा चली गई दूरी (मीटर में) है–

(A) 127 (B) 247

(C) 186 (D) 313

106. एक ट्रेन A पूर्व की ओर 30 किमी/घण्टा के वेग से तथा दूसरी ट्रेन B पश्चिम की ओर 40 किमी/घण्टा के वेग से समान्तर रेखाओं में गति कर रही है। ट्रेन B के सापेक्ष ट्रेन A का वेग है–

(A) 10 किमी/घण्टा

(B) 70 किमी/घण्टा, पूर्व की ओर

(C) 70 किमी/घण्टा, पश्चिम की ओर

(D) इनमें से कोई नहीं

107. यदि एक कण सरल रेखा में, समरूप त्वरण से गति कर रहा है। तब क्रमिक सेकण्डों में इसके द्वारा तय की गयी दूरियाँ हैं–

(A) समान्तर श्रेणी में (B) गुणोत्तर श्रेणी में

(C) हरात्मक श्रेणी में (D) इनमें से कोई नहीं

108. एक मकान में कई मंजिलें हैं। सबसे नीचे की मंजिल 20 फुट ऊँची है। एक पत्थर, जो कि मकान की छत से गिराया जाता है, सबसे नीचे की मंजिल को $\frac{1}{4}$ सेकण्ड में पार करता है। मकान की ऊँचाई है–

(A) 100 फुट (B) 110 फुट

(C) 110.25 फुट (D) इनमें से कोई नहीं

109. एक पिण्ड का अधिकतम भार होता है–

(A) पृथ्वी सतह पर

(B) पृथ्वी सतह से ऊपर

(C) पृथ्वी के भीतर

(D) पृथ्वी के केन्द्र पर

110. एक हल्की डोरी एक चिकनी घिरनी के ऊपर से होकर जाती है और इसके सिरों पर 3 किग्रा और 5 किग्रा के पिण्ड बँधे हैं। पिण्डों के 9 मीटर चलने के बाद डोरी टूट जाती है। 3 किग्रा का पिण्ड कितना और ऊपर जायेगा ? (g = 10 मीटर/सेकण्ड^2)

(A) 1.75 मीटर (B) 1.95 मीटर

(C) 2.05 मीटर (D) 2.25 मीटर

111. 0.001 आधार पर 0.0001 का लघुगणक होगा–

(A) 4/3 (B) 3/2

(C) 3/4 (D) 2/3

112. एक कण $2\sqrt{(2g)}$ वेग से इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि यह 2 मीटर ऊँचाई की दो समान दीवारें, जोकि परस्पर 4 मीटर की दूरी पर हैं, को ठीक पार कर सकें। एक दीवार से दूसरी दीवार को पार करने में लगा समय है–

(A) $\sqrt{(2/g)}$ (B) $\sqrt{(2g)}$

(C) $2\sqrt{(2/g)}$ (D) $\sqrt{(g/2)}$

113. 600 मीटर/सेकण्ड के वेग से छोड़ी गयी बन्दूक की गोली 12 किग्रा के एक लक्ष्य से टकराती है जो कि टकराने के बाद 1.5 मीटर/सेकण्ड के वेग से चलती है। संघट्ट में गतिज ऊर्जा की प्रतिशत हानि होगी–

(A) 79.75% (B) 89.75%

(C) 99.75% (D) इनमें से कोई नहीं

114. एक मजदूर को मिस्त्री के पास 16 फुट की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई पर ईंटें फेंकनी हैं। वह ईंटों को इस प्रकार फेंकता है, कि ईंटें मिस्त्री के पास 16 फुट/सेकण्ड के वेग से पहुँचती हैं। यदि वह ईंटें इस प्रकार फेंके कि ईंटें मिस्त्री के पास तक ही पहुँचें, तब ऊर्जा (energy) का बचाया गया भाग है–

(A) 1/3 (B) 1/4

(C) 1/5 (D) 1/6

115. 20 किमी/घण्टे की चाल से दौड़ते एक व्यक्ति को बारिश की बूँदें ऊर्ध्वाधर से 30° का कोण बनाते हुये गिरती हुई प्रतीत होती हैं। यदि बारिश की बूँदें ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर गिर रही हैं, तब इनका वेग (किमी/घण्टा में) है–

(A) $10\sqrt{3}$ (B) 10

(C) $20\sqrt{3}$ (D) 40

116. एक पिण्ड सरल रेखा में अचर त्वरण से गति कर रहा है। यह तीसरे तथा चौथे सेकण्ड में क्रमश: 10 मी तथा 12 मी दूरी तय करता है, तब प्रारम्भिक वेग (मीटर/सेकण्ड में) है–

(A) 2 (B) 3

(C) 4 (D) 5

117. एक पतंग, जिसका भार W है, एक डोरी के द्वारा सरल रेखा के अनुदिश उड़ रही है। यदि परिणामी वायु दबाव R का, डोरी के तनाव तथा पतंग के भार से अनुपात क्रमश: $\sqrt{2}$ तथा $\left(\sqrt{3}+1\right)$ है, तब–

(A) $T = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)W$

(B) $R = \left(\sqrt{3}+1\right)W$

(C) $T = \frac{1}{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)W$

(D) $R = \left(\sqrt{3}-1\right)W$

118. एक 30 सेमी लम्बी हल्की छड़ 15 सेमी दूरी पर स्थित दो खूँटों पर रखी है। A सिरे से खूँटों (pegs) की दूरी कितनी होनी चाहिये, कि A तथा B से क्रमश: भार 5W तथा 3W लटकाने पर खूँटों के प्रतिक्रिया बल बराबर हो–

(A) 1.75 सेमी, 15.75 सेमी

(B) 2.75 सेमी, 17.75 सेमी

(C) 3.75 सेमी, 18.75 सेमी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

119. दो बलों $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ के परिणामी का परिमाण $\vec{P}$ है। यदि बल $\vec{P}$ को दुगुना किया जाये, तब $\vec{Q}$ अपरिवर्तित रहता है, तब नया परिणामी है–

(A) $\vec{P}$ के अनुदिश

(B) $\vec{Q}$ के अनुदिश

(C) $\vec{Q}$ से 60° के कोण पर

(D) $\vec{Q}$ से समकोण पर

120. 12 खिलाड़ियों के किसी समूह से 8 खिलाड़ियों की एक टीम चुनी जाती है। इन आठ खिलाड़ियों में से एक को कप्तान और दूसरे को उपकप्तान चुना जाता है। ऐसा कितने प्रकार से किया जा सकता है?

(A) 27720 (B) 13860

(C) 6930 (D) 495

व्याख्यात्मक हल

1. (A) समान्तर षट्फलक का आयतन दिया गया है

$\vec{v} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{v} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$

$\vec{w} = 7\hat{j} - 4\hat{k}$

अत: $= \vec{u}\cdot\left(\vec{v}\times\vec{w}\right) = \left[\vec{u}\,\vec{v}\,\vec{w}\right]$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & -4 \end{vmatrix}$$

$= 1(0-21) - 2(8-0) - 1(-14-0)$

$= (-21) - 2(8) - 1(-14)$

$= -21 - 16 + 14 = -23$

$= 23$ घन इकाई

2. (B) दिया है $2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$ से होकर गुजरने वाला समतल

$\vec{r}\cdot\left(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}\right) = \lambda$

माना $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

अत: $(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})\cdot(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = \lambda$

बिन्दु $(-2i + 6\hat{j} - 6\hat{k})$ समतल पर स्थित हैं अत:

$(-2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k})\cdot(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = \lambda$

$-4 - 6 + 12 = \lambda = 2$

अत: समतल है $\vec{r}\cdot(2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) = 2$

3. (C) P_0 (–3, 0, 7) से होकर गुजरने वाला समतल जो $\left(5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right)$ के लम्बवत् है इस प्रकार होगा।

$5(x - x_0) + 2(y - y_0) - 1(z - z_0) = 0$

क्रमश: $x_0 = -3, y = 0, z_0 = 7$

$5(x+3) + 2(y-0) - 1(z-7) = 0$

$5x + 2y - z + 22 = 0$

4. (A) दिया गया है,

$\vec{a} = (1, 1, 1)$

तथा $\vec{c} = (0, 1, -1)$

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ माना कि $\vec{b} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = 10$ यहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{c} = \hat{j} - \hat{k}$

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$

अत: $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$\hat{i}(z-y) - \hat{j}(z-x) + \hat{k}(y-x) = 0\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$\therefore \quad z - y = 0, x - z = 1, y - x = -1$

$z = y, x - y = 1, x - z = 1$

दिया है, $\vec{a}.\vec{b} = 10$

अत: $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = 10$

$x + y + z = 10$

$y + 1 + y + y = 10$

$3y = 9 \Rightarrow y = 3, z = 3$ तथा $x = 4$

5. (D) $\vec{a} = 2x - j + k,\ \vec{b} = i - 3j - 5k,$
$\vec{c} = 3i - 4j - 4k$

माना $\vec{b}$ और $\vec{c}$ के बीच कोण = A
अत:

$\vec{b} \cdot \vec{c} = |\vec{b}||\vec{c}| \cos A$

इसी प्रकार माना

$\vec{a}$ और $\vec{c}$ के बीच कोण का मान = B

$$\cos A = \frac{\vec{b}.\vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|}$$

$$= \frac{3 + 12 + 20}{\sqrt{1+9+25} \times \sqrt{9+16+16}}$$

$$= \frac{35}{\sqrt{35} \times \sqrt{41}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{41}}$$

$$\cos B = \frac{\vec{a}.\vec{c}}{|\vec{a}||\vec{c}|}$$

$$= \frac{6 + 4 - 4}{\sqrt{4+1+1} \times \sqrt{9+16+16}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{6} \times \sqrt{41}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{41}}$$

$\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच कोण = C

$$\cos C = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = 2 + 3 - 5$$

$$= \frac{0}{|\vec{a}||\vec{b}|} = 0$$

6. (B) दिया है

$(e^y + 1)\cos x\, dx + e^y \sin x\, dy = 0$

इस समीकरण को $(e^y + 1)$ से भाग करने पर

$$\cos x\, dx + \frac{e^y}{(e^y + 1)} \sin x\, dx = 0$$

इस समीकरण को $\sin x$ से भाग करने पर

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} dx + \frac{e^y}{e^y + 1} dy = 0$$

$$\cot x\, dx + \frac{e^y}{e^y + 1} dy = 0$$

समाकलन करने पर,

$$\int \cot x dx + \int \frac{e^y}{e^y + 1} dy = 0$$

$$\Rightarrow \log(\sin x) + \log(e^y + 1) = \log C$$
$$\Rightarrow \log \sin x(e^y + 1) = \log C$$
$$\Rightarrow \sin x(e^y + 1) = C$$

7. (D) हमें दिया है

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y^2 + \sin y}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = y^2 + \sin y$$

$$\Rightarrow dx = (y^2 + \sin y)\, dy$$

दोनों ओर समाकलन करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\int dx = \int (y^2 + \sin y) dy$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^3}{3} - \cos y + C$$

8. (C) अभीष्ट समीकरण :

x^2–(मूलों का योगफल) x + मूलों का गुणनफल = 0

$$x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$\therefore 6x^2 - 5x + 1 = 0$$

9. (B) हमें दिया है

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow dy = \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

दोनों ओर समाकलन करने पर प्राप्त होता है।

$$\int dy = \int \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x\, dx$

$$\Rightarrow \int dy = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + C$$

10. (B) $$x\frac{dy}{dx} + my = e^{-x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{m}{x} y = \frac{e^{-x}}{x}$$

समीकरण की तुलना $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

से करने पर

$$P(x) = \frac{m}{x}$$

$$\text{I.F.} = e^{\int \frac{m}{x} dx}$$

$$= e^{m \log x} = x^m = \frac{1}{x^2}$$

$x^m = x^{-2}$ यदि $m = -2$

11. (C) दिया है, $(1 - x^2)\frac{dy}{dx} - xy = 1$

समीकरण को $(1 - x^2)$ से दोनों ओर भाग करने पर

$$\frac{dy}{dx} - \left(\frac{x}{1 - x^2}\right)y = \frac{1}{1 - x^2}$$

समीकरण की तुलना

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

से करने पर

$$P(x) = -\left(\frac{x}{1 - x^2}\right)$$

$\therefore$ समाकलन गुणांक (I.F.)

$$= e^{\int \frac{-x}{1-x^2} dx}$$

माना $t = 1 - x^2$

तब, $dt = -2x\, dx$

$$e^{\frac{1}{2}\int \frac{dt}{t}} = e^{\frac{1}{2}\log(1-x^2)}$$

$$= e^{\log_e \sqrt{1-x^2}}$$

$$= \sqrt{1 - x^2}$$

12. (B) $(1 + i)^5 \left(1 + \frac{1}{i}\right)^5$

$$\Rightarrow (1 + i)^5 \left(\frac{i + 1}{i}\right)^5$$

$$\Rightarrow \frac{(1 + i)^5 (1 + i)^5}{i^5}$$

$$= \frac{[(1 + i)^2]^5}{1 \times i}$$

$$\Rightarrow \frac{(1 + i^2 + 2i)^5}{i}$$

$$\Rightarrow \frac{(1 - 1 + 2i)^5}{i}$$

$$\Rightarrow \frac{2^5 \times i^5}{i}$$

$$\Rightarrow \frac{2^5 \times i^4 \times i}{i}$$

$$\Rightarrow 2^5 = 32$$

13. (A) दिया है, $(p + q)$वाँ पद
$= ar^{p+q-1} = m$ ...(i)
$(p - q)$वाँ पद $= ar^{p-q-1} = n$ ...(ii)
समीकरण (i) व (ii) को गुणा करने पर, $\Rightarrow ar^{p+q-1} \times ar^{p-q-1} = mn$
$\Rightarrow a^2 r^{2(p-1)} = mn$
$\Rightarrow ar^{p-1} = (mn)^{1/2}$

$$a = \frac{\sqrt{(mn)}}{r^{p-1}}$$

$\therefore$ p वाँ पद $= ar^{p-1}$

$$= \frac{\sqrt{mn}}{r^{p-1}}.r^{p-1}$$

$$= \sqrt{mn}$$

14. (C) चूँकि A और B घटनाएँ एक-दूसरे के स्वतंत्र हैं।

$\therefore$ P(A + B) = एक ही सूट के दोनों पत्तों की आने की प्रायिकता × पाँसे पर 6 आने की प्रायिकता

$$= \frac{1}{4} \times \frac{5}{36} = \frac{5}{144}$$

15. (A) परस्पर अपवर्जी घटना A और B के लिए

$$P(A \cap B) = 0$$

$$\Rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

16. (A) यहाँ $T_n = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + ...n^2}{n!}$

$$= \frac{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)}{n!}$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n!} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6(n-1)!}$$

$$= \frac{(n-1).(2n+1) + 2(2n+1)}{6.(n-1)!}$$

$$= \frac{(2n+1)}{6(n-2)!} + \frac{2(2n+1)}{6.(n-1)!}$$

$$= \frac{2(n-2)+5}{6.(n-2)!} + \frac{2(n-1)+3}{3.(n-1)!}$$

$$= \frac{1}{3(n-3)!} + \frac{5}{6.(n-2)!} + \frac{2}{3(n-2)!} + \frac{1}{(n-1)!}$$

$$= \frac{1}{3(n-3)!} + \frac{3}{2.(n-2)!} + \frac{1}{(n-2)!}$$

$n = 1, 2, 3$.....रखने पर

$$T_1 = \frac{1}{3}(0) + \frac{3}{2}(0) + \frac{1}{0!}$$

$$T_2 = \frac{1}{3}(0) + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{0!}\right) + \frac{1}{1!}$$

$$T_3 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{0!}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{1!}\right) + \frac{1}{2!}$$

T_1, T_2 तथा T_3 को स्तम्भानुसार जोड़ने पर श्रेणी का योगफल

$$= \frac{1}{3}\left[1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + ...\right] + \frac{3}{2}\left[1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2}.....\right] + \left[1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ...\right]$$

[हम जानते हैं।

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$

$x = 1$ रखने पर,

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ...\Big]$$

$$= \frac{1}{3}(e) + \frac{3}{2}e + (e) = \frac{17e}{6}$$

17. (D) दिया है,

ΔABC में $b = 22, c = 24$

और ΔABC के कोण समान्तर श्रेणी में है।

$\angle A = x - d, \angle B = x, \angle C = x + d$

तब $\angle A + \angle B + \angle C = 3x = 180^\circ$

$$\Rightarrow \quad x = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \angle B = 60^\circ$$

अत: सूत्र द्वारा,

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{a^2 + 576 - 484}{2 \times a \times 24}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{a^2 + 92}{48a}$$

$$\Rightarrow (a^2 + 92) = \frac{48a}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 - 24a + 92 = 0$$

श्रीधराचार्य के नियम से,

$$a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 368}}{2}$$

$$= \frac{24 \pm \sqrt{208}}{2}$$

$$= 12 \pm 2\sqrt{13}$$

18. (D) माना कि

$$S = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}[(n+1)(n+2).....(n+n)]^{1/n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{\frac{1}{n}} ....\left(1 + \frac{n}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$$

अत: $\log S = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \log\left(1 + \frac{2}{n}\right)\right.$

$$\left. ....+ \log\left(1 + \frac{n}{n}\right)\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\sum_{r=1}^{n} \log\left(1 + \frac{r}{n}\right)\right]$$

$$= \int_0^1 \log(1+x)\,dx$$

ILATE के नियम से

$$= [\log(1+x)x]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{1+x} x.dx$$

$$= \log 2 - \int_0^1 \frac{1+x-1}{1+x}\,dx$$

$$= \log 2 + [x]_0^1 + [\log(1+x)]_0^1$$

$$= \log 2 - 1 + \log 2$$

$$= 2\log 2 - 1$$

$$= 2\log 2 - \log e$$

$$= \log 4 - \log e$$

$$\log S = \log(4/e)$$

अत: $S = \frac{4}{e}$

19. (A) ज्ञात करना है $\int \tan^{-1}\sqrt{x}\,dx$

माना कि $\sqrt{x} = t$ अत: $x = t^2$,

$dx = 2t.\,dt$

तब $\int \tan^{-1}\sqrt{x}.dx = \int \tan^{-1} t.2t.\,dt$

$$= \int 2\tan^{-1} t \cdot t\,dt$$

ILATE के नियम से

$$= 2\tan^{-1} t\frac{t^2}{2} - 2\times\int \frac{1}{1+t^2}.\frac{t^2}{2}dt$$

$$= t^2\tan^{-1}t - \int \frac{t^2}{1+t^2}dt$$

$$= t^2\tan^{-1}t - \int \frac{1+t^2-1}{1+t^2}dt$$

$$= t^2\tan^{-1}t - \int dt + \int \frac{dt}{1+t^2}$$

$$= t^2\tan^{-1}t - t + \tan^{-1}t + c$$

$$= (t^2+1)\tan^{-1}t - t + c$$

t का मान रखने पर

$$= (x+1)\tan^{-1}\sqrt{x} - \sqrt{x} + c$$

20. (C) दिया है, $\int \frac{\sin x.\cos x}{1+\sin^4 x}.dx$

माना कि $\sin^2 x = t$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$2\sin x.\cos x\,dx = dt$$

अत: $\frac{1}{2}\int \frac{1}{1+t^2}dt = \frac{1}{2}\tan^{-1}t + c$

$$= \frac{1}{2}\tan^{-1}(\sin^2 x) + c$$

21. (C) $\int_{-1/2}^{1/2}\left[\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2-2\right]^{1/2}dx$

$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)dx$ को सरल करके लिखने पर

$$\int_{-1/2}^{1/2}\left[\left(\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}\right)^2\right]^{1/2}dx$$

$$=\int_{-1/2}^{1/2}\left|\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}\right|dx$$

$$=\int_{-1/2}^{1/2}\left|\frac{(x+1)^2-(x-1)^2}{(x^2-1)}\right|dx$$

$$=\int_{-1/2}^{1/2}\left|\frac{4x}{x^2-1}\right|dx$$

$$=2\int_{0}^{1/2}\left|\frac{4x}{x^2-1}\right|dx$$

$$=2\int_{0}^{1/2}\left(\frac{-4x}{x^2-1}\right)dx$$

$$=8\int_{0}^{1/2}\frac{x}{1-x^2}dx$$

माना $t=1-x^2, dt=-2x\,dx$

$$\frac{-1}{2}dt=x\,dx \Rightarrow \frac{-8}{2}\int_0^{1/2}\frac{dt}{t}$$

$$=\frac{-8}{2}\log[(1^2-x^2)]_0^{1/2}$$

$$=-4\left[\log\left(1-\frac{1}{4}\right)-\log 1\right]$$

$$=-4\left(\log\frac{3}{4}-0\right)=-4\log\frac{3}{4}=4\log\frac{4}{3}$$

22. (D) ज्ञात करना है

$\sin^{-1}x$ का $\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$ के सापेक्ष अवकलन

$\because$ $\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}=\sin^{-1}x$

अत: $\sin^{-1}x$ का $\sin^{-1}x$ के सापेक्ष अवकलन

$$\frac{d(\sin^{-1}x)}{\sin^{-1}x}=1$$

23. (D) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$ ...(i)

$\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ से,

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}+\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}dx$$

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$2I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}1dx$$

$$2I=[x]_0^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow \quad 2I=\frac{\pi}{2}$$

$$I=\frac{\pi}{4}$$

24. (B) माना $f(x)=x^3$ तथा $g(x)=x^2$

$f(x)$ को $g(x)$ के सापेक्ष अवकलन करने के लिए

$\frac{df(x)}{dg(x)}$ को ज्ञात करना है।

अब, $\frac{df(x)}{dx}=3x^2$

तथा $\frac{dg(x)}{dx}=2x$

x^2 के सापेक्ष x^3 का अवकलन करने पर,

$$\frac{df(x)}{dg(x)}=\left\{\frac{df(x)}{dx}\right\}\times\left\{\frac{dx}{dg(x)}\right\}$$

$$=3x^2\times\frac{1}{2x}=\frac{3x}{2}$$

25. (B) दिया है, वक्र $y=x^x$

दोनों पक्षों का लघुगणक लेने पर,

$$\log y=x\log x$$

दोनों ओर x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}=x\frac{1}{x}+\log x.1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dy}{dx}=y(1+\log x)$$

$$=x^x(1+\log x)$$

($\because y=x^x$)

$$\therefore \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=1}=(1)^1(1+\log 1)$$

$$=1(1+0)=1$$

26. (C) माना एक संख्या $=x$

तब दूसरी संख्या $=(16-x)$

$S=x^3+(16-x)^3$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dS}{dx}=3x^2+3(16-x)^2(-1)$$

$$=3x^2-3(16-x)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2S}{dx^2}=6x+6(16-x)=96$$

न्यूनतम मान के लिए $\frac{dS}{dx}=0$ रखने पर,

$$3x^2-3(16-x)^2=0$$

$$\Rightarrow \quad x^2-(256+x^2-32x)=0$$

$$\Rightarrow \quad 32x=256$$

$$\Rightarrow \quad x=8$$

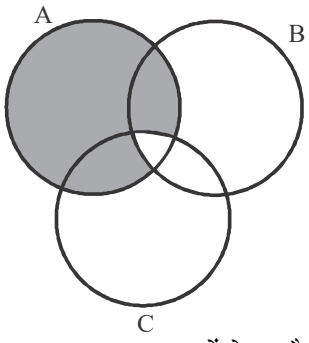
$x=8$ पर, $\left(\frac{d^2S}{dx^2}\right)_{x=8}=96>0$

$\therefore$ द्वितीय अवकलन परीक्षण द्वारा $x=8$, S का स्थानीय न्यूनतम मान है। संख्याओं के घनों का योग निम्नतम होगा जब संख्या 8 और $(16-8)=8$ होगी।

अत: आवश्यक संख्याएँ 8 और 8 हैं।

27. (D) वेन आरेख से स्पष्ट है

कि $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$



28. (C) शब्द VOWELS, 6 अक्षरों से बना है

पहले स्थान पर E रखने के बाद शेष 5 अक्षरों को 5! तरीके से लिखा जा सकता है।

अत: अभीष्ट तरीके $=1\times5!=120$

29. (B) दिया है ${}^nP_r=120\cdot{}^nC_r$

$$\frac{n!}{(n-r)!}=120\cdot\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$1=\frac{120}{r!}$$

$$r!=120$$

$r! = 5.4.3.2.1$

$r! = 5!$

$\Rightarrow \quad r = 5$

30. (C)

$$\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(+\frac{3^2}{n^2}\right)....\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]^{1/n}$$

माना

$$S=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3^2}{n^3}\right)...\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]^{1/n}$$

दोनों ओर log लेने पर,

$$\log S=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)...\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]$$

$$\log S=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left[\sum_{r=1}^{1}\log\left(1+\frac{r^2}{n^2}\right)\right]$$

$$\log S=\int_0^1\log(1+x^2)dx$$

$$\log S=\left[\log(1+x^2)x\right]_0^1-\int\frac{2x\times x}{1+x^2}dx$$

$$\log S=\log 2-2\int_0^1\frac{x^2+1-1}{1+x^2}dx$$

$$\log S=\log 2-2\int_0^1 dx+2\int_0^1\frac{dx}{1+x^2}$$

$$\log S=\log 2-2[x]_0^1+2\tan^{-1}|x|_0^1$$

$$\log S=\log 2-2+2\tan^{-1}(1)$$

$$\log S=\log 2-2+2\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\log S=\log 2-2+2\times\frac{\pi}{4}$$

$$S=e^{\log 2}\times e^{\frac{\pi}{2}-2}$$

$$S=2\times e^{\frac{\pi-4}{2}}=2e^{\frac{\pi-4}{2}}$$

31. (C) दिया गया है

$$f(x)=\begin{cases}(3ax+b) & \text{यदि } x>1\\ (11) & \text{यदि } x=1\\ (5ax-2b) & \text{यदि } x<1\end{cases}$$

अत: फलन $x=1$ पर सतत है, अत:

$$\text{LHD}=\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}(5a(x-h)-2b)$$

$$=5a\times 1-2b=5a-2b$$

$$\text{RHD}=\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}(3a(x+h)+b)$$

$$=3a\times 1+b=3a+b$$

तथा $\quad f(1)=11$

$\text{LHD}=\text{RHD}=f(1)$

$5a-2b=11 \quad ...(1)$

$3a+b=11 \quad ...(2)$

समी. (1) तथा (2) को हल करने पर

$a=3$ व $b=2$

32. (D) 1, 2, 3, 4, 5, 6दिये गए 6 अंकों से 4 अंकों की संख्या बनाने के अभीष्ट प्रकार $={}^6P_4$

$=6\times 5\times 4\times 3$

$=360$

33. (A) माना $y=\sin^p x\cos^q x$

$$\frac{dy}{dx}=\sin^p x\cdot q\cos^{q-1}x(-\sin x)+\cos^q x\cdot p\sin^{p-1}x(\cos x)$$

$$=\sin^{p-1}x\cos^{q-1}x(-q\sin^2 x+p\cos^2 x)$$

$$\frac{dy}{dx}=0$$

$\Rightarrow p\cos^2 x-q\sin^2 x=0$

तथा $\quad \sin^{p-1}x=0$

$x=0$

$\cos^{q-1}x=0$

$$x=\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \tan^2 x=\frac{p}{q}\Rightarrow\tan x=\sqrt{p/q}$$

$$\Rightarrow \quad x=0,\ \frac{\pi}{2}\Rightarrow\tan^{-1}=\sqrt{p/q}$$

पुन: $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{\sin x\cos x}[p\cos^2 x-q\sin^2 x]$

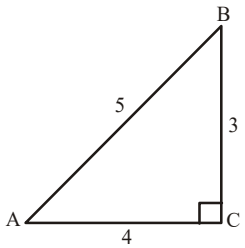
$=y[p\cot x-q\tan x]$

$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy}{dx}[p\cot x-q\tan x]+y$

$[-\text{b cosec}^2x-q\sec^2 x]<0,$

$x=\tan^{-1}\sqrt{p/q}$ के लिए

34. (C) $\tan\left[\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right]$



$$\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$=\tan\left[\tan^{-1}\frac{3}{4}+\tan^{-1}\frac{2}{3}\right]$$

$$=\tan\cdot\left[\tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{4}+\frac{2}{3}}{1+\frac{3}{4}.\frac{2}{3}}\right)\right]$$

$$=\tan\cdot\left[\tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)\right]=\frac{17}{6}$$

35. (B) $\frac{A-B+C}{2}=\frac{A+B+C-2B}{2}$

$$=\frac{\pi-2B}{2}=\frac{\pi}{2}-B$$

$\therefore \quad A+B+C=\pi$

$$\therefore\ 2ac\sin\left(\frac{A-B+C}{2}\right)=2ac\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$$

$$=2ac\cos B=a^2+c^2-b^2$$

$$\left[\therefore\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right]$$

36. (A) दिया है,

$$\sin^{-1}x+\sin^{-1}2x=\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1}x+\sin^{-1}2x=\sin^{-1}\left(\sqrt{3}/2\right)$$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1}x-\sin^{-1}\left(\sqrt{3}/2\right)=\sin^{-1}2x$$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1}\left[x\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}\right)}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}\right]=\sin^{-1}2x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}=-2x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2}+2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow \quad 5x=\sqrt{3}\sqrt{1-x^2}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad 25x^2=3(1-x^2)$

$\Rightarrow \quad =3-3x^2$

$\Rightarrow \quad 28x^2=3$

$$\therefore \quad x^2=\frac{3}{28}\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

37. (B) दिया है $x_n=(\cos\pi/3^n)+i\sin(\pi/3^n)$

$x_1x_2x_3$ ...., ∞

$$=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3^2}+i\sin\frac{\pi}{3^2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3^2}+i\sin\frac{\pi}{3^3}\right)....$$

$$=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3^2}+\frac{\pi}{3^3}+....\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3^2}+\frac{\pi}{3^3}+....\right)$$

$\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3^2}, \frac{\pi}{3^3}$ एक गुणोत्तर श्रेणी में है जिसमें

$a = \frac{\pi}{3}, r = \frac{1}{3}\right]$

$= \cos\left(\frac{\pi/3}{1-1/3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi/3}{1-1/3}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$

$= 0 + i \times 1 = i$

38. (A) दिया है $\tan\theta + \sin\theta = m$

और $\tan\theta - \sin\theta = n$

$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$

$= (\tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta)$

$(\tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta)$

$= 2\tan\theta \times 2\sin\theta = 4\sin\theta \times \tan\theta$

$mn = \tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}(1 - \cos^2\theta) = \tan^2\theta \sin^2\theta$

$\sqrt{mn} = \tan\theta.\sin\theta$

$\therefore \quad m^2 - n^2 = 4\sin\theta.\tan\theta = 4 \times \sqrt{mn}$

39. (D) दी गई रेखा का समीकरण

$x\sec\theta + y\,\text{cosec}\theta = a$

$\Rightarrow \frac{x}{\cos\theta} + \frac{y}{\sin\theta} = a$

$\Rightarrow x\sin\theta + y\cos\theta = a\sin\theta\cos\theta$ ...(i)

समी. (i) पर लम्ब रेखा का समीकरण

$x\cos\theta - y\sin\theta = \lambda$ ...(ii)

$\because$ रेखा बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से होकर जाती है।

समी. (ii) में मान रखने पर,

$a\cos^3\theta \times \cos\theta - a\sin^3\theta\sin\theta = \lambda$

$\therefore \quad a\cos^4\theta - a\sin^4\theta = \lambda$

$a(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \times (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \lambda$

$\Rightarrow \quad a\cos 2\theta = \lambda$

λ का मान समी. (ii) में रखने पर,

अत: $x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$

40. (B) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)\tan\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right)$

हम जानते हैं।

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$

अत:

$\left(\frac{\tan\frac{\pi}{4} + \tan\theta}{1 - \tan\frac{\pi}{4}\tan\theta}\right) \times \left(\frac{\tan\frac{3\pi}{4} + \tan\theta}{1 - \tan\frac{3\pi}{4}\tan\theta}\right)$

$= \left(\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}\right) \times \left(\frac{-1+\tan\theta}{1+\tan\theta}\right)$

$= -\left(\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}\right) \times \left(\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right) = -1$

41. (A) $\tan(3A - 2A) = \frac{\tan 3A - \tan 2A}{1 + \tan 2A\tan 3A}$

$\Rightarrow \quad \tan A(1 + \tan 2A\tan 3A)$

$= \tan 3A - \tan 2A$

$\Rightarrow \quad \tan A + \tan A\tan 2A\tan 3A$

$= \tan 3A - \tan 2A$

$\Rightarrow \quad \tan A\tan 2A\tan 3A$

$= \tan 3A - \tan 2A - \tan A$

42. (B) दिया है $3\cos x = 5\sin x$

$\Rightarrow \quad \tan x = \frac{3}{5}$

अत: $\frac{5\sin x - 2\sec^3 x + 2\cos x}{5\sin x + 2\sec^3 x - 2\cos x}$

$\cos x$ से भाग देने पर,

$= \frac{\frac{5\sin x}{\cos x} - 2\sec^4 x + 2}{\frac{5\sin x}{\cos x} + 2\sec^4 x - 2}$

तथा $\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$= \frac{5\tan x - 2(1+\tan^2 x)^2 + 2}{5\tan x + 2(1+\tan^2 x)^2 - 2}$

$= \frac{5 \times \frac{3}{5} - 2\left(1 + \frac{9}{25}\right)^2 + 2}{5 \times \frac{3}{5} + 2\left(1 + \frac{9}{25}\right)^2 - 2}$

$= \frac{813}{2937} = \frac{271}{979}$

43. (A) $3 + 4i$ का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए

माना, $x + iy = \sqrt{3+4i}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$(x+iy)^2 = 3 + 4i$

$\Rightarrow \quad x^2 - y^2 + 2xyi = 3 + 4i$

$(i^2 = -1)$

दोनों पक्षों में वास्तविक तथा काल्पनिक भागों की तुलना करने पर,

$x^2 - y^2 = 3$ ....(i)

तथा $2xy = 4$ ....(ii)

अब, हम निम्न सर्वसमिका का उपयोग करते हैं।

$(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$

$\Rightarrow \quad (x^2 + y^2)^2 = (3)^2 + (4)^2$

$= 9 + 18 = 25$

$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 5$ ....(iii)

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$x^2 = 4$ तथा $y^2 = 1$

$\Rightarrow x = \pm 2$ तथा $y = \pm 1$

चूँकि xy का गुणनफल धनात्मक है।

$\therefore \quad x = 2$ तथा $y = 1$

$\Rightarrow \quad x = -2$ तथा $y = -1$

अत: सम्मिश्र संख्या $3 + 4i$ का वर्गमूल $\pm(2 + i)$ है।

44. (D) $\because y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

y के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x - 9$

स्पर्श रेखा x–अक्ष के समान्तर है।

$\therefore M = 0$

$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \quad 3x^2 - 6x - 9 = 0$

$\Rightarrow \quad (x+1)(x-3) = 0$

$\Rightarrow \quad x = -1, 3$

45. (D) दिया है। $A + B = \frac{\pi}{4}$

अत: $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$

$\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$

$1 - \tan A\tan B = \tan A + \tan B$

$\tan A + \tan B + \tan A\tan B = 1$ ...(i)

ज्ञात करना है। $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$

$1 + \tan A + \tan B + \tan A\tan B$

अत: समीकरण (i) से

$= 1 + 1 = 2$

46. (A) दिया है $p = \sec\theta + \tan\theta$

$\frac{p^2 - 1}{p^2 + 1} = \frac{(\sec\theta + \tan\theta)^2 - 1}{(\sec\theta + \tan\theta)^2 + 1}$

$= \frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta - 1}{\sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta + 1}$

$= \frac{(\sec^2\theta - 1) + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta}{\sec^2\theta + 2\tan\theta\sec\theta + 1.(1 + \tan^2\theta)}$

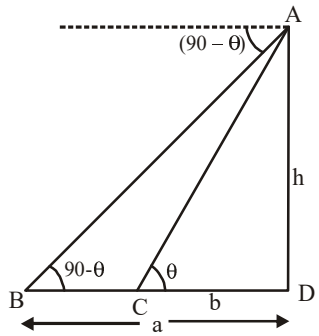
$= \frac{\tan^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta}{\sec^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta + \sec^2\theta}$

$= \frac{2\tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta}{2\sec^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta}$

$= \frac{2\tan\theta(\tan\theta + \sec\theta)}{2\sec\theta(\sec\theta + \tan\theta)}$

$= \frac{\tan\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta.\sec\theta} = \sin\theta$

47. (A) माना कि AD एक मीनार है तथा B व C से मीनार के शीर्ष के उन्नयन कोण $(90^\circ - \theta)$ तथा θ हैं।



ΔACD में, $\tan\theta = \frac{h}{b}$

$\Rightarrow \quad h = b\tan\theta$ ...(i)

ΔABD में,

$$\tan(90-\theta) = \frac{h}{a}$$

$$\cot\theta = \frac{h}{a}$$

$$\frac{1}{\tan\theta} = \frac{h}{a}$$

$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{a}{h}$ ...(ii)

समी. (i) व (ii) से,

$$h = b\left(\frac{a}{h}\right),\ h^2 = ab$$

$$h = \sqrt{ab}$$

48. (B) दिया है, $A = \{3, 4, 7, 8\}$,
$B = \{1, 5, 6, 4, 3\}$,
$C = \{4, 5, 9, 3, 8, 6\}$
अब, $A \cup B$
$= \{3, 4, 7, 8\} \cup \{1, 5, 6, 4, 3\}$
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$\therefore \quad (A \cup B) \cap C$
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{4, 5, 9, 3, 8, 6\}$
$= \{3, 4, 5, 6, 8\}$

49. (D)

संख्या x	बारम्बारता f	$f.x$
4	$x+2$	$4x+8$
6	x	$6x$
8	$x-1$	$8x-8$
	$\Sigma f.x = 3x+1$	

माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma f.x}{\Sigma f}$

$\Rightarrow \quad 5.78 = \frac{18x}{3x+1}$

$3x + 1 = 3.11x$

$x = 8.77$

50. (B)

वर्ग अन्तराल	f_i	x_i	f_ix_i	$\lvert\bar{x}-x_i\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}_i\rvert$
25-29	5	27	135	5.7	28.5
30-34	4	32	128	0.7	2.8
35-39	3	37	111	4.3	12.9
40-44	2	42	84	9.3	18.6
	$\Sigma f = 14$	$\Sigma f_ix_i = 458$			62.8

माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma f_ix_i}{\Sigma f_i}$

$$\bar{x} = \frac{458}{14}$$

$$\bar{x} = 32.714$$

माध्य विचलन $= \frac{\Sigma f\,|x-\bar{x}|}{\Sigma f}$

$$= \frac{62.8}{14} = 4.48$$

51. (B)

वजन	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
31	2	2
34	3	5
35	4	9
36	5	14
37	1	15
	$n = 15$	

$n = 15$ पदों की संख्या विषम है।

$\therefore$ माध्यिका $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$वाँ पद

माध्यिका $= \left(\frac{15+1}{2}\right) = 8$वाँ पद

8 वाँ पद संचयी बारम्बारता 9 में है।

$\therefore$ माध्यिका = 35 किग्रा

52. (A) दिया है,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

$n\bar{x} = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$ ...(i)

अब $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = [(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) + (x_n - \bar{x})]$

$= (x_1 + x_2 + x_3 + ...+x_n) - (\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + ...n$ बार)

$= n\bar{x} - n\bar{x}$ [समीकरण (i) से]

$= 0$

53. (D) माना P और Q के बीच का कोण $= \alpha$
यदि P तथा Q बलों का परिणामी R, बल P के बराबर है, तो
$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$ से
$P^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$
$\Rightarrow \quad Q^2 + 2PQ\cos\alpha = 0$
$\Rightarrow \quad Q(Q + 2P\cos\alpha) = 0$
$\therefore$ बल Q, शून्य के बराबर नहीं है,
$\therefore \quad Q + 2P\cos\alpha = 0$ ...(i)
अब यदि बल P, दोगुना हो जाता है, अतएव यदि बल 2P और Q हो जाते है, तो माना इन बलों का परिणामी बल Q से θ कोण बनाता है।
अर्थात् दो बल 2P तथा Q है।

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha} \text{ से}$$

$$\text{tam}\,\theta = \frac{2P\cos\alpha}{Q + 2P\cos\alpha}$$

$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{2P\cos\alpha}{0} = \infty$

$\Rightarrow \quad \tan\theta = \tan 90^\circ$

$\therefore \quad \theta = 90^\circ$

54. (B) माना पत्थर h ऊँचाई से गिराया जाता है।

$\therefore \quad s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ से

$h = 0 + \frac{1}{2}g \times 25,$

$h = \frac{25}{2}g$

3 सेकण्ड में गिरी दूरी

$s_1 = \frac{1}{2}g \times 9 = \frac{9}{2}g$

शेष बची दूरी $= \frac{25}{2}g - \frac{9}{2}g = \frac{16}{2}g = 8g$

अत: मान लो समय t लगता है, तब

$$8g = \frac{1}{2}gt^2$$

$\therefore \quad t^2 = 16 \Rightarrow t = 4$ सेकण्ड

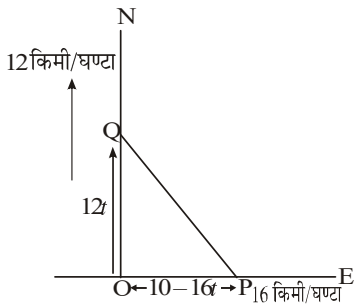
55. (D) दिया गया है भार $(m) = 300$ किग्रा.
गहराई $(h) = 100$ मीटर
गुरुत्वीय त्वरण $g = 9.8$

इंजन की अश्वशक्ति $= \frac{mgh}{746}$

$= \frac{300 \times 9.8 \times 100}{746}$

$= \frac{294 \times 1000}{746} = 394$

56. (C)



दिया है, उत्तर दिशा में जाने वाले जहाज का वेग = 12 किमी./घण्टा

पश्चिम दिशा की ओर जाने वाले जहाज का वेग = 16 किमी./घण्टा

माना कि जहाजों की स्थिति t घण्टे बाद P और Q पर है तो

$OP = 10 - 16t$, $OQ = 12t$

$PQ^2 = (10 - 16t)^2 + (12t)^2$

$= 100 + 256t^2 - 320t + 144t^2$

$= 100 - 320t + 400t^2$

PQ के न्यूनतम मान के लिए

$$\frac{d}{dt}PQ^2 = 0$$

$\therefore 320 - 800t = 0$

$800t = 320$

$$t = \frac{320}{800} = \frac{2}{5} \text{ घण्टे}$$

$\therefore$ न्यूनतम PQ

$$= \sqrt{\left(10 - 16 \times \frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{12 \times 2}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{50 - 32}{5}\right]^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{18^2 + 24^2}{5^2}} = \frac{30}{5} = 6 \text{ किमी}$$

57. (B) हम जानते हैं कि सामान्य रज्जू की P की कोटि y, रज्जू की परिमाप C तथा रज्जू की प्रति इकाई लम्बाई का भार ω हो तो

$$T_0 = \omega c,$$
$$T = \omega y$$

तथा $W = s\omega$

$\therefore \quad T^2 - T_0^2 = \omega^2 y^2 - \omega^2 c^2$

$= \omega^2 (y^2 - c^2)$

$= \omega^2 s^2 = W^2$

58. (D) माना $z = x + iy$, तब $\bar{z} = x - iy$

अब,

विकल्प (A) के प्रयोग से,

$z\bar{z} = x^2 + y^2$,

पूर्ण रूप से वास्तविक

विकल्प (B) के प्रयोग से,

$z\bar{z} = x^2 + y^2$,

पूर्ण रूप से वास्तविक

विकल्प (C) के प्रयोग से,

$z - \bar{z} = 2i \, \text{lm}(z)$

पूर्ण रूप से वास्तविक

विकल्प (D) के प्रयोग से,

$z + \bar{z} = 2\text{Re}(z)$

पूर्ण रूप से वास्तविक

59. (D) $(1 + \omega - \omega^2)^2 + (1 - \omega + \omega^2)^2 + 1$

$= (-2\omega^2)^2 + (-2\omega)^2 + 1$

$= 4(\omega^3 \cdot \omega + \omega^2) + 1$

$[\because 1 + \omega + \omega^2 = 0, \omega^3 = 1]$

$= 4(\omega + \omega^2) + 1$

$= 4(-1) + 1$

$= -4 + 1 = -3$

60. (C) हम जानते हैं, $(1 + i\sqrt{3})^{12} = a + ib$

अब, $\left[2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)\right]^{12} = a + ib$

$\Rightarrow 2^{12}\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right]^{12} = a + ib$

$\Rightarrow 4096(\cos 4\pi + i\sin 4\pi) = a + ib$

$\Rightarrow 4096(1 + 0) = a + ib$

$\Rightarrow 4096 = a + ib$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर, $b = 0$

61. (D) माना $(5 + 2\sqrt{6})^{x^2-3} = a$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{(5 + 2\sqrt{6})^{x^2-3}}$$

$$= \frac{1}{(5 + 2\sqrt{6})^{x^2-3}} \times \frac{(5 - 2\sqrt{6})^{x^2-3}}{(5 - 2\sqrt{6})^{x^2-3}}$$

$$(5 - 2\sqrt{6})^{x^2-3} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore \; a + \frac{1}{a} = 10$$

$\Rightarrow a^2 - 10a + 1 = 0$

श्रीधराचार्य के नियम से,

$$\Rightarrow a = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2} = 5 \pm 2\sqrt{6}$$

$\Rightarrow 5 \pm 2\sqrt{6} = (5 + 2\sqrt{6})^{(x^2-3)}$

$\Rightarrow x^2 - 3 = \pm 1$

$\Rightarrow x^2 = 4$ या 2

$\Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \pm 2$

या $x^2 = 2$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

62. (D) माना $V = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$

तथा $W = \{x, y) : xy - 0\}$

दोनों की उप समुच्चय नहीं है क्योंकि यह

$\alpha \in V, \beta \in V \Rightarrow \alpha - \beta \in V$ तथा $\alpha \in V, \alpha \in F \Rightarrow a\,\alpha \in F$ को सन्तुष्ट नहीं करती है।

63. (B) दिया है दो फलन f और g

माना जो फलन $F(x) - g(x)$

यह फलन सतत है

यह अवकलनीय है।

$F(x) = f'(x) - g'(x) = 0$

$\therefore \quad F(x) =$ स्थिरांक

$\therefore \quad f(x) - g(x) =$ स्थिरांक

64. (D) चूँकि समिश्र संख्याओं की तुलना नहीं की जा सकती है। अत: विकल्प (D) सत्य है।

65. (B) सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है

xRy

$= \{(x, y), x, y \in N : 2x + y = 41\}$

xRx

$= \{(x, x) \therefore x \in N : 2x + x = 41\}$

किन्तु यह सत्य नहीं है $x = \frac{41}{3}$ एक प्राकृतिक संख्या नहीं है

अत: स्वतुल्य सम्बन्ध नहीं है।

यहाँ $xRy = \{(x, y) \; x, y \in N : 2x + y = 41\}$

$yRx = \{(y, x) \; x, y \in N : 2y + x = 41\}$

$\therefore \quad xRy = yRx$, अत: सम्बन्ध सममित है।

66. (A) $\sin h^{-1}(\cot\theta)$ का मान ज्ञात करने के लिए

$\cot\theta = x$ रखने पर,

$$\sin h^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$= \log(\cot\theta + \sqrt{\cot^2\theta + 1})$$

$= \log(\cot\theta + \text{cosec}\,\theta)$

67. (C) यहाँ $a * b = 1 + a + ab$

$b * a = 1 + b + ba \neq a * b$

अत: क्रमविनिमेय नहीं है।

$a * (b * c) = a * (1 + b + bc)$

$= 1 + a + a(1 + b + bc)$

$= 1 + a + a + ab + abc$

$(a * b) * c = (1 + a + ab) * c$

$= 1 + 1 + a + ab +$

$(1 + a + ab)\, c$

$= 1 + 1 + a + ab + c + ac + abc$

अत: $a * (b * c) \neq (a * b) * c$

अत: साहचर्य नहीं है।

$\therefore$ न तो साहचर्य और न क्रमविनिमेय है।

68. (A) यहाँ a, b प्राकृतिक संख्याएँ हैं।

तथा $a\,\mathrm{R}b$ यदि a और b सह-अभाज्य हैं अर्थात् a और b में 1 के अलावा कोई और गुणनखण्ड नहीं है

यहाँ $a\,\mathrm{R}a$ सत्य है अर्थात् स्वतुल्य है

$a\,\mathrm{R}\,b \Rightarrow b\,\mathrm{R}\,a$ अर्थात् सममित है

अत: स्वतुल्य एवं सममित है

69. (A) दिया है वक्र

$x = 3t^2 + 1$

$y = t^3 - 1$ को $x = 1$ पर स्पर्श करता है

अत: $x = 1$ पर स्पर्श करता है

$\Rightarrow \quad x = 3t^2 + 1$

$\therefore \quad \dfrac{dx}{dt} = 6t$

$y = t^3 - 1$

$\Rightarrow \quad \dfrac{dy}{dx} = 3t^2$

अब, $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}\right) = \dfrac{3t^2}{6t} = \dfrac{t}{2}$

$\therefore \left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{(t=0)} = \dfrac{0}{2} = 0$

70. (A) माना $z = -i = 0 - i = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

दोनों पक्षों में वास्तविक तथा काल्पनिक भागों की तुलना करने पर,

$r\cos\theta = 0 \quad$ ...(i)

तथा $\quad r\sin\theta = -1 \quad$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर,

$r^2\sin^2\theta + r^2\cos^2\theta = 0 + 1$

$\Rightarrow \quad r^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 1$

$\Rightarrow r^2 = 1$

$\therefore r = \pm 1$

समीकरण (ii) को समी. (i) से भाग देने पर,

$\tan\theta = \infty = \tan 90^\circ$

$\Rightarrow \quad \theta = 90^\circ = \dfrac{\pi}{2}$

परन्तु z का मुख्य कोणांक, $z = -\theta$

(चूँकि z चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है)

$z = \dfrac{-\pi}{2}$

$\therefore \quad z = -i$

$= \pm 1\left\{\cos\left(\dfrac{-\pi}{2}\right) + i\sin\left(\dfrac{-\pi}{2}\right)\right\}$

$-i = \pm 1\left\{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - i\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}$

[$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]

अब, $\sqrt{z} = \sqrt{-i}$

$(\because z = -i = \pm(1)^{1/2}\left(\cos\dfrac{\pi}{2} - i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)^{1/2}$

(डिमायवर प्रमेय के प्रयोग से)

$= \pm 1\left(\cos\dfrac{\pi}{4} - i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

$= \pm 1\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$

$= \pm\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$

$\therefore \quad \sqrt{-i} = \pm\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$

71. (A) माना $z = -1 - i = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$-1 - i = r\cos\theta + ri\sin\theta$

दोनों पक्षों में वास्तविक तथा काल्पनिक भागों की तुलना करने पर,

$r\cos\theta = -1 \quad$ ....(i)

तथा $\quad r\sin\theta = -1 \quad$ ....(ii)

समीकरण (ii) को समी (i) से भाग देने पर,

$\dfrac{r\sin\theta}{r\cos\theta} = \dfrac{-1}{-1}$

$\Rightarrow \tan\theta = 1 = \tan\dfrac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{\pi}{4}$

चूँकि z का कोणांक तृतीय चतुर्थांश में स्थित है।

$\therefore$ कोणांक $(z) = \pi + \theta = \pi + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$

72. (C) दिया है, x अक्ष के समान्तर एक रेखा जो वक्र से 45° कोण बनाती है।

अत: $\quad y = \sqrt{x}$

$\Rightarrow \quad y^2 = x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$\Rightarrow \quad 2y\dfrac{dy}{dx} = 1$

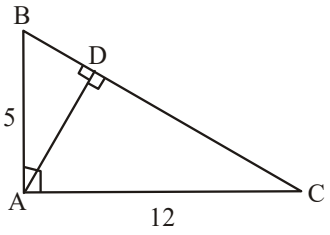
$\Rightarrow \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2y} = 1$

[$\because m = \tan 45^\circ = 1$]

$\Rightarrow \quad 2y = 1$

$\Rightarrow \quad y = \dfrac{1}{2}$

73. (C)



दिया है,

ΔABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें पाइथागोरस प्रमेय से, $\angle A = 90^\circ$

अत: $\quad BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\because \quad (BC)^2 = 12^2 + 5^2$

$= 144 + 25 = 169$

$\Rightarrow \quad BC = \sqrt{169}$

$\therefore \quad BC = 13$ सेमी

$\because \dfrac{AB \times AC}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$\because \dfrac{BC \times AD}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$\therefore \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{BC \times AD}{2}$

$\Rightarrow \quad 5 \times 12 = 13 \times AD$

$\Rightarrow \quad AD = \dfrac{60}{13}$ सेमी

74. (C) $x = \left(\dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)$

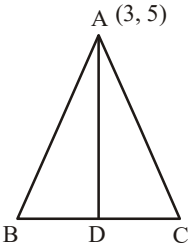
$= \dfrac{4 + 2 + 0}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$

तथा $y = \left(\frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

$= \frac{6-2+2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

अत: केन्द्रक के निर्देशांक (2, 2) हैं।

75. (C)



दिए गए बिन्दुओं के अनुसार, रेखा BC के मध्य D के निर्देशांक (–5, 3) होंगे।

$\because (x, y) = \left[\frac{-4-6}{2}, \frac{8-2}{2}\right]$

$(x, y) = (-5, 3)$

ΔABC में माध्यिका AD का समीकरण निम्न प्रकार ज्ञात करेंगे।

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ से,

[यहाँ, $y_1 = 5, y_2 = 3, x_2 = -5, x_1 = 3$]

$\Rightarrow y - 5 = \frac{3-5}{-5-3}(x-3)$

$y - 5 = \frac{-2}{-8}(x-3)$

$\Rightarrow \quad 4y - 20 = x - 3$

$\Rightarrow \quad 4y - 20 = x - 3$

$\Rightarrow \quad x - 4y + 17 = 0$

76. (A) वर्ग, आयत व समान्तर चतुर्भुज सभी चतुर्भुज की श्रेणी में आते हैं।

अत: चतुर्भुज का समुच्चय समष्टीय समुच्चय है।

77. (B) दिया है, व्यंजक

$= \sum_{k=2}^{n} (k-1)(k-\omega)(k-\omega^2)$

$= \sum_{k=2}^{n} (k-1)(k^2+k+1)$

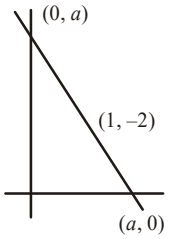
$= \sum_{k=2}^{n} (k^3 - 1)$

$= (2^3 + 3^3 + ... + n^3) - (n-1)$

$= (\Sigma n^3 - 1^3) - n + 1$

$= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 - n$

78. (C) अक्षों से बराबर अन्त:खण्ड (माना a) काट वाली रेखा का समीकरण



$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ या $x + y = a$ है।

लेकिन यह (1, –2) से होकर जाती है।

अत: $1 - 2 = a$

$\Rightarrow \quad a = -1$

इस प्रकार से निर्मित सरल रेखा इस प्रकार है

$x + y + 1 = 0$

79. (D) प्रश्नानुसार,

$(h-3)^2 + (k+2)^2$

$= \left|\frac{5h - 12k - 13}{\sqrt{25+144}}\right|$

$h^2 + 9 - 6h + k^2 + 4 + 4h$

$= \frac{5h - 12k - 13}{13}$

$\Rightarrow 13h^2 + 13k^2 - 78h + 52k + 169 = 5h - 12k - 13$

$\Rightarrow 13h^2 + 13k^2 - 83h + 64k + 182 = 0$

(h, k) को (x, y) से परिभाषित करने पर,

$13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$

जोकि बिन्दु के बिन्दुपथ का अभीष्ट समीकरण है।

80. (A) दिया है : $\sqrt{3}x - y = 5$

$y = \sqrt{3}x - 5$

$m_2 = \sqrt{3}$

तथा $x - \sqrt{3}y = 7$

$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{7}{\sqrt{3}}$

$m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$

$= \left|\frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}}\right|$

$\tan\theta = \left|\frac{3-1}{\sqrt{3} \times 2}\right|$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \tan 30°$

$\theta = 30°$

81. (B) $y = \log x$ और $y = 0$, को हल करने पर हमें प्राप्त होता है $x = 1$

$\therefore$ वक्र $y = \log x$

$y = 0$ और $x = e$ के अन्तर्गत घिरा क्षेत्रफल

$= \int_1^e y dx$

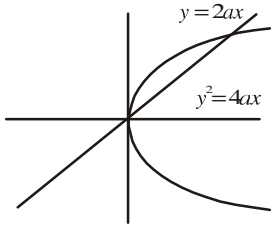
$= \int_1^e (\log_e x) dx$

$= [x \log x - x]_1^e$

$= (e \log e - e) - (1 \log 1 - 1)$

$= (e - e) - (0 - 1) = 1$

82. (C) $y^2 = 4ax$ और $y = 2ax$ को हल करने पर हमें प्राप्त होता है।



$x = 0$ या, $\frac{1}{a}$

और $y = 0$ या, 2

$\therefore$ अभीष्ट क्षेत्रफल

$= \int_0^{1/a} [f(x) - \phi(x)] dx$

$= \int_0^{1/a} (\sqrt{4ax} - 2ax) dx$

$= 2\sqrt{a} \int_0^{1/a} [(x^{1/2}) - (\sqrt{a}x)] dx$

$= 2\sqrt{a} \left[\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{\sqrt{a}x^2}{2}\right]_0^{1/a}$

$= 2\sqrt{a} \left[\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{\sqrt{a}x^2}{2}\right]_0^{1/a}$

$= 2\sqrt{a} \left[\frac{2}{3a^{3/2}} - \frac{1}{2a^{3/2}}\right]$

$= \frac{2}{a}\left[\frac{4-3}{6}\right] = \frac{1}{3a}$

83. (A) $\frac{x-1}{l} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+4}{n}$

परन्तु $3l - 16m + 7n = 0$

तथा $3l + 8m - 5n = 0$

दिये गये विकल्पों से

अत: अभीष्ट रेखा

अत: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{6}$

84. (A) दिया है, $y = 2x + c,$

तथा $y^2 = 8(x+2)$

अत: $(2x+c)^2 = 8(x+2)$

$\Rightarrow 4x^2 + c^2 + 4xc = 8x + 16$

$\Rightarrow 4x^2 - x(4c-8) + c^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\therefore (4c-8)^2 - 4\times 4(c^2-16) = 0$

$\Rightarrow 16c^2 + 64 - 64c - 16c^2 + 256 = 0$

$\Rightarrow -64c = -320$

$\Rightarrow c = \frac{320}{64} = 5$

$\Rightarrow c = 5$

85. (C) वृत्त से जाने वाले गोले का समीकरण है

$(x^2 + y^2 + z^2 - 4) + \lambda z = 0$

चूँकि वृत्त बिन्दु $(1, 2, -1)$ से होकर गुजरता है अत:

$(1 + 4 + 1 - 4) + \lambda(-1) = 0$

$2 - \lambda = 0, \lambda = 2$

अत: गोला है

$x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 4 = 0$

केन्द्र $= (0, 0, -1)$

त्रिज्या $= \sqrt{1+4+0} = \sqrt{5}$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{5})^3$

$= \frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$

86. (A) $|z - z_0| = c$ एक वृत्त निरूपित करता है जिसका केन्द्र z_0 और त्रिज्या c है।

अत: $|z - 3i| = 2$ एक वृत्त निरूपित करता है जिसका केन्द्र $3i$ और त्रिज्या 2 है।

87. (B) दिया है कि उत्केन्द्रता e वाला शांकव दीर्घवृत्त निरुपति करता है यह तभी सम्भव है जब e (उत्केन्द्रता) 0 से 1 के बीच हो अत:

$0 < e < 1$

88. (D) रेखा $x + y\sqrt{3} = 4$ की प्रवणता

$m_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

रेखा $x\sqrt{3} - y = 5$ की प्रवणता

$m_2 = \sqrt{3}$

यहाँ $m_1 m_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$

$= -1$

अत: दी गई रेखाओं के बीच का कोण 90° है।

89. (D) दिया है, $(z+5)\ (\bar{z}+5)$

$= z.\bar{z} + 5(z + \bar{z}) + 25$

$= |z|^2 + 2 \times 5|z| + 5^2$

$= |z + 5|^2$

90. (D) $f(a, a+h) = f(a, h)\ b = a + h$

$f(h) = f(a) + (h-a) f'(c)$

$\therefore \frac{f(h) - f(a)}{h - a} = f'(c)$

इस प्रकार फलन को परिभाषित लग्रांजी प्रमेय (legrange mean value theorem) द्वारा किया जाता है।

91. (A) $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$

$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -2-\lambda & 0 \\ 0 & -3-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$\therefore (2+\lambda)(3+\lambda) = 0$

$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

आव्यूह के लिए कैलै-हेमिल्टन प्रमेय के प्रयोग से

$A^2 + 5A + 61 = 0$

92. (B) माना

$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5-2i & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore A^T = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -5-2i \\ 3 & 0 & 9 \\ 5+2i & -9 & 0 \end{bmatrix}$

$A^T = -\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5-2i & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$A^T = -A$

अत: दिया गया आव्यूह विषम सममित आव्यूह है।

93. (A) $\begin{vmatrix} a-x & c & b \\ c & b-x & a \\ b & a & c-x \end{vmatrix} = 0$

$C_1 \to C_1 + C_2 + C_3$ करने पर

$\begin{vmatrix} a+b+c-x & c & b \\ a+b+c-x & b-x & a \\ a+b+c-x & a & c-x \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (a+b+c-x)\begin{vmatrix} 1 & c & b \\ 1 & b-x & a \\ 1 & a & c-x \end{vmatrix} = 0$

$(a+b+c-x)\,[1(b-x)(c-x) - c(c-x-a) + b(a-b+x)]$

$(a+b+c-x)\,[bc - cx - bx + x^2 - c^2 + cx + ac + ab - b^2 + bx]$

$(a+b+c-x)\,[x^2 + bc + ab + ac - c^2 - b^2]$

अत: $a + b + c - x = 0$

$x = a + b + c$

दिया है कि

$a + b + c = 0$

$\therefore x = 0$

94. (C) $\Delta = (x+a)(x-b)(x+c) + (x+b)(x-a)(x-c)$

(विस्तार करने पर)

या, $0 = (x-b)(x^2 + ac + ax + cx) + (x+b)(x^2 - ax - cx + ac)$

$0 = x^3 + acx + ax^2 + cx^2 - bx^2 - abc - abx - bcx + x^3 - ax^2 - cx^2 + acx + bx^2 - abx - bcx + abc$

$0 = 2x(x^2 - ab - bc + ca)$

$\therefore x = 0$

95. (C) $\begin{vmatrix} 2 & e & 3 \\ 2 & \pi & 3 \\ 2 & \sqrt{2} & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \begin{vmatrix} 1 & e & 1 \\ 1 & \pi & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{vmatrix}$

$= 2 \times 0 = 0$

(क्योंकि I और III स्तम्भ एक समान हैं)

96. (B) दिया है गया सारणिक

$= \begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ -5 & 6 & -10 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$

C_3 से 2 बाहर लेने पर

$$= 2\begin{vmatrix} 2 & 8 & 2 \\ -5 & 6 & -5 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

चूँकि C_1 और C_3 एक समान है।

$= 2 \times 0$

$= 0$

97. (C) $x^2 - 3x + k = 10$

$x^2 - 3x + k - 10 = 0$

मूलों का गुणनफल $\frac{c}{a} = k - 10$

दिया है, $2 = k - 10$

$k = 12$

98. (D) $\because x^2 - px + (8p - 15) = 0$ के दोनों मूल समान हैं।

अत: $b^2 - 4ac = 0$

$\therefore \quad (-p)^2 = 4(8p - 15)$

$\Rightarrow \quad p^2 = 32p - 60$

$\Rightarrow p^2 - 32p + 60 = 0$

$\Rightarrow p^2 - 30p - 2p + 60 = 0$

$\Rightarrow p(p - 30) - 2(p - 30) = 0$

$\Rightarrow (p - 2)(p - 30) = 0$

$\therefore p = 2$ तथा 30

99. (A) दिया है

$\{x : x^3 - 4x = 0\}$

$x^3 - 4x = 0$

$\Rightarrow \quad x(x^2 - 4) = 0$

$\Rightarrow \quad x(x - 2)(x + 2) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$

$\Rightarrow \quad x = 2$

$\Rightarrow \quad x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

अत: $x = -2, 0, 2$

100. (C)

$$R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C} = \frac{abc}{4\Delta}$$

यहाँ $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\therefore \quad s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{15+20+25}{2} = 30$

$\therefore \Delta = \sqrt{30(30-15)(30-20)(30-25)}$

$= \sqrt{30 \times 15 \times 10 \times 5} = 150$

$$R = \frac{15 \times 20 \times 25}{4 \times 150} = \frac{50}{4}$$

$= \frac{25}{2} = 12.5$ सेमी

101. (B) $3^{4n+2} + 5^{2n+1} = 9 \cdot (3^4)^n \cdot + 5 \cdot (5)^{2n}$

$= 9 \times (81)^n + 5 \cdot (25)^n$

$n = 0$, संख्या $9 + 5 = 14$ जो 14 से विभाजित है।

$n = 1$ संख्या $= 9 \times 81 + 5 \times 25$

$= 729 + 125 = 854$

$= 61 \times 14$ जो कि 14 से विभाजित है।

अत: n की सभी मानों के लिए संख्या 14 से विभाजित है।

102. (B) दिया है AC ∥ MN

अत:

$$\Rightarrow \quad \frac{BN}{CN} = \frac{BM}{AN}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{205} = \frac{BM}{AN}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{1} = \frac{BM}{AN}$$

$\Rightarrow$ BM : AN = 2 : 1

103. (C) $\because$ मूल बराबर हैं, तो $B^2 - 4AC = 0$

$\therefore \quad [2(b^2 - ac)]^2 - 4(a^2 - bc)(c^2 - ab) = 0$

$\Rightarrow (b^2 - ac)^2 - (a^2 - bc)(c^2 - ab) = 0$

$\Rightarrow \quad b^4 + a^2c^2 - 2b^2ac - a^2c^2 + a^3b + bc^3 - b^2ac = 0$

$\Rightarrow \quad b^4 - 3b^2ac + a^3b + bc^3 = 0$

$\Rightarrow \quad b[b^3 - 3abc + a^3 + c^3] = 0$

$\Rightarrow \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

104. (A) दिया गया बहुपद $= (x + 1)(x + 3).x$

अत: $x(x + 1)(x + 3) = 0$

$x = 0$

जब, $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

अत: बहुपद $x = 0, x = -1, x = -3$, तीन बिन्दुओं पर काटता है।

105. (B) $v = \frac{ds}{dt} = \begin{cases} 2t + 13, & 0 \le t \le 5 \\ 3t + 8, & 5 < t \le 7 \\ 4t + 1, & t > 7 \end{cases}$

$\therefore$ अभीष्ट दूरी

$= \int_0^{10} \frac{ds}{dt} dt$

$= \int_0^5 (2t + 13)dt + \int_5^7 (3t + 8)dt + \int_7^{10} (4t + 1)dt$

$= \left(t^2 + 13t\right)_0^5 + \left[\frac{3}{2}t^2 + 8t\right]_5^7 + \left[2t^2 + t\right]_7^{10}$

$= 90 + \frac{3}{2}(49 - 25) + 8(7 - 5) + 2(10^2 - 7^2) + (10 - 7)$

$= (90 + 36 + 16 + 102 + 3) = 247$

106. (B) दिया गया है,

$v_A = 30$ किमी/घण्टा, पूर्व की ओर

$v_B = 40$ किमी/घण्टा, पश्चिम की ओर

$\therefore v_{AB}$ = ट्रेन A के वेग एवं ट्रेन B के विपरीत वेग का परिणामी

$v_{AB} = (v_A + v_B)$, पूर्व की ओर

$= (30 + 40) = 70$ किमी/घण्टा, पूर्व की ओर।

107. (A) हम जानते हैं,

$$S_{n^{th}} = u + \frac{1}{2}f(2n - 1)$$

$$\therefore \ S_{(n+1)^{th}} = u + \frac{1}{2}f[2(n + 1) - 1]$$

$$= u + \frac{1}{2}f(2n - 1) + f$$

$$S_{(n+2)^{th}} = u + \frac{1}{2}f[2(n + 2) - 1]$$

$$= u + \frac{1}{2}f(2n - 1) + 2f$$

$$\therefore \ S_{(n+1)^{th}} - S_{n^{th}} = f$$

$S_{(n+2)^{th}} - S_{(n+1)^{th}} = 2f - f$ एवं इसी प्रकार आगे मान प्राप्त होते हैं।

$\therefore$ क्रमागत सेकण्ड में तय की गई दूरियाँ समान्तर श्रेणी में हैं, जिसका सर्वान्तर f है।

108. (C) माना कि भवन की ऊँचाई h फीट है एवं लिया गया कुल समय t है, तब

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{....(i)}$$

एवं $20 = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g\left(t - \frac{1}{4}\right)^2$ ....(ii)

समीकरण (ii) से,

$20 = \frac{1}{4}gt - \frac{1}{32}g = 8t - 1,$

$[\because g = 32$ फीट/सेकण्ड$^2]$

$\therefore t = \frac{21}{8}$

अत: समीकरण (i) से,

$h = \frac{1}{2} \cdot 32\left(\frac{21}{8}\right)^2$

$= \frac{441}{4}$ फीट $= 110.25$ फीट।

109. (A) पिण्ड का भार $w = mg$ है। चूँकि g का मान पृथ्वी सतह पर महत्तम होता है। अत: भार भी महत्तम होगा।

110. (D) डोरी के टूटने से पहले, द्रव्यमानों का त्वरण

$$= f_1 = \left(\frac{5-3}{5+3}\right)g = \frac{2}{8}g = \frac{g}{4}$$

यदि वेग v_1 है, जबकि द्रव्यमान 9 मीटर गति करता है, तब

$$v_1^2 = 2 \times 9 \times f_1 = 2 \times 9 \times \frac{g}{4} = 9g/2$$

$$v_1^2 = \frac{9 \times 10}{2}$$

$\Rightarrow v_1 = 3\sqrt{5}$ मी/सेकण्ड

जब डोरी टूटती है, तब दोनों द्रव्यमान गुरुत्व g के अन्तर्गत गति करेंगे। अतैव का द्रव्यमान 3 किग्रा का द्रव्यमान मंदन g के अन्तर्गत ऊपर की ओर $v_1 = 3\sqrt{5}$ मी/सेकण्ड के वेग से गति करेगा (जब डोरी टूटती है) यदि यह द्रव्यमान x मीटर दूरी तय करता है। तब, $0 = v_1^2 - 2gx$

$$(3\sqrt{5})^2 - 2 \times 10 \times x = 0$$

$$\Rightarrow 45 - 20x = 0$$

$$\Rightarrow 20x = 45$$

$\Rightarrow x = 2.25$ मीटर

111. (A) माना $y = \log_{0.001} 0.0001$

$$\Rightarrow \quad (0.001)^y = 0.0001$$

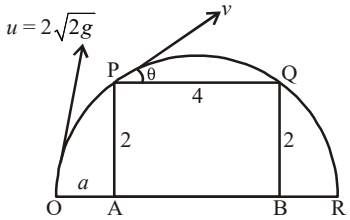
$$\Rightarrow \quad \left(\frac{1}{1000}\right)^y = \left(\frac{1}{10000}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 10^{-3y} = 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \quad -3y = -4$$

$$\therefore \quad y = 4/3$$

112. (C) माना कि O पर कण का प्रक्षेप्य कोण α एवं प्रक्षेप्य वेग $u = 2\sqrt{(2g)}$ है। माना कि AP एवं BQ दो दीवारें PQ = 4 मीटर की दूरी पर है। यदि P पर कण का वेग u एवं क्षैतिज के साथ कोण θ है, तब



$$u = \sqrt{u^2 - 2gh}$$

$$= \sqrt{4 \times 2g - 2 \times 2g} = \sqrt{4g}$$ अत: P पर वेग

$u = \sqrt{4g}$ है, जो क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनाता है।

$\therefore$ P से Q के लिए समय $T = \frac{2u\sin\theta}{g}$

$$= \frac{2\sqrt{4g}}{g}\sin 45^\circ = 2\sqrt{(2/g)}$$

$\therefore$ अभीष्ट समय $= 2\sqrt{(2/g)}$

113. (C) यदि गोली का द्रव्यमान m किग्रा है, तब संवेग के समीकरण से,

$$600\, m = (12 + m)\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 400\, m = 12 + m$$

$$399\, m = 12$$

$$\Rightarrow m = \frac{4}{133}$$ किग्रा

E_1 = संघट्ट से पहले गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{133} \times 600 \times 600$$ जूल

E_2 = संघट्ट के बाद गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\left(12 + \frac{4}{133}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$ जूल

$\therefore$ गतिज ऊर्जा में प्रतिशत हानि

$$= \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{133} \times 600 \times 600 - \frac{1}{2}\left(12 + \frac{4}{133}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{133} \times 600 \times 600} \times 100$$

$$= \frac{399}{4} = 99.75\%$$

114. (C) माना कि जिस वेग से मजदूर मिस्त्री को ईंट फेंक रहा है वह वेग u_1 एवं मिस्त्री के पास जिस वेग से ईंट मिल रही है वह वेग 16 फीट/सेकण्ड है। तब

$$16^2 = u_1^2 - 2g \times 16$$

$\Rightarrow u_1 = \sqrt{1280}$ फीट/सेकण्ड

यदि मिस्त्री को प्रति सेकण्ड फेंकी जा रही ईंट का द्रव्यमान m है तब w_1 = मजदूर के द्वारा प्रति सेकण्ड किया गया कार्य

$$= \frac{1}{2} m u_1^2 = 640$$ m फीट–पाउन्डल

यदि मजदूर द्वारा u_2 वेग से ईंट फेंकी जाती है जो ठीक मिस्त्री के हाथों में पहुँचती है, तब

$$0 = u_2^2 - 2g \times 16$$

$\Rightarrow u_2 = 32$ फीट/सेकण्ड

$\therefore w_2$ = मजदूर द्वारा प्रतिदिन किया गया कार्य $= \frac{1}{2} m u_2^2 = 512$ m फीट पाउन्डल

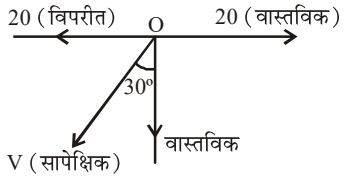
अत: शेष बचत ऊर्जा $= (w_1 - w_2)/w_1$

$$= \frac{1}{5}$$

115. (C) माना u बारिश का वास्तविक वेग तथा v व्यक्ति का वास्तविक वेग है।

व्यक्ति के सापेक्ष बारिश का वेग

= बारिश का वास्तविक वेग – व्यक्ति का वास्तविक वेग



क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटकों में वियोजित करने पर,

$V\cos 30^\circ = u$ एवं $V\sin 30^\circ = 20$ अर्थात्

$$\frac{V}{2} = 20,$$

$\therefore V = 40$

$$\therefore 40\frac{\sqrt{3}}{2} = u$$

$\Rightarrow u = 20\sqrt{3}$ किमी/घण्टा

116. (D) माना कि प्रारम्भिक वेग u मी/सेकण्ड एवं त्वरण f मी/सेकण्ड^2 है।

अत: $u + \frac{1}{2}f(2 \times 3 - 1) = 10$

$$\Rightarrow u + \frac{5}{2}f = 10 \quad \text{....(i)}$$

एवं $u + \frac{1}{2}f(2 \times 4 - 1) = 12$

$$\Rightarrow u + \frac{7}{2}f = 12 \quad \text{....(ii)}$$

समीकरण (ii) से (i) घटाने पर

$$0 + \frac{2}{2}f = 2$$

$\Rightarrow f = 2$ मी/सेकण्ड^2

f का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$u + \frac{5}{2} \times 2 = 10$$

$\Rightarrow u + 5 = 10$

$\Rightarrow u = 5$ मी/सेकण्ड

117. (B) दिया गया है, $\frac{R}{T} = \sqrt{2}$ ....(i)

एवं $\frac{R}{W} = \sqrt{3} + 1$ ....(ii)

समीकरण (ii) को (i) से विभाजित करने पर,

$$\Rightarrow \frac{\frac{R}{W}}{\frac{R}{T}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{W} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

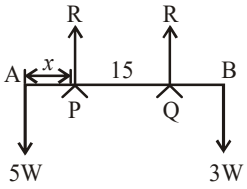
$$\Rightarrow T = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} W$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)W$$

$$\Rightarrow R = T\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}+1\right)W$$

$$= \left(\sqrt{3}+1\right)W$$

118. (C) माना खूँटियों P एवं Q पर प्रतिक्रिया बल R व R इस प्रकार हैं, कि AP = x



सभी बलों के ऊर्ध्वाधर वियोजन पर,

$R + R = (5W + 3W) = 8\ W$

$\Rightarrow 2R = 8W$

$\Rightarrow R = 4W$

A के परित: बल आघूर्ण लेने पर,

$R.\ AP + R.AQ = 3W.AB$

$\Rightarrow 4W.x + 4W\ (x + 15) = 3W.30$

$\Rightarrow 4Wx + 4Wx + 60\ W = 90W$

$\Rightarrow 8Wx = 30W$

$\Rightarrow 8x = 30$

$\Rightarrow x = 3.75$ सेमी

$\therefore$ AP = x = 3.75 सेमी एवं AQ = $(x + 15)$ सेमी = 18.75 सेमी।

119. (D) माना कि बल $\vec{P}$ एवं $\vec{Q}$ के बीच का कोण α है। यह दिया गया है कि $\vec{P}$ एवं $\vec{Q}$ के परिणामी का परिमाण P है। इसलिए

$P^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$0 = Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\Rightarrow Q(Q + 2P\cos\alpha) = 0$

$\Rightarrow Q + 2P\cos\alpha = 0$

माना कि बल $\vec{Q}$ एवं नये परिणामी के बीच का कोण θ है, तब

$$\tan\theta = \frac{2P\sin\alpha}{Q + 2P\cos\alpha}$$

$\Rightarrow \tan\theta = \infty$

$\tan\theta = \tan 90^\circ$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

अर्थात् नया परिणामी $\vec{Q}$ से समकोण पर है।

120. (A) 12 खिलाड़ियों में से 8 खिलाड़ियों के चयन करने के तरीकों की संख्या $= {}^{12}C_8$

$$= \frac{12!}{8!(12-8)!} = \frac{12!}{8!\,4!}$$

$$= \frac{12\times11\times10\times9\times8!}{4\times3\times2\times1\times8!}$$

$$\Rightarrow \frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2} = 495$$

तथा एक कप्तानं व उपकप्तान के चयन करने के तरीकों की संख्या

$= {}^8C_1 \times {}^7C_1 = 8 \times 7 = 56$

अत: कुल तरीकों की संख्या

$= 495 \times 56 = 27720$

❑❑